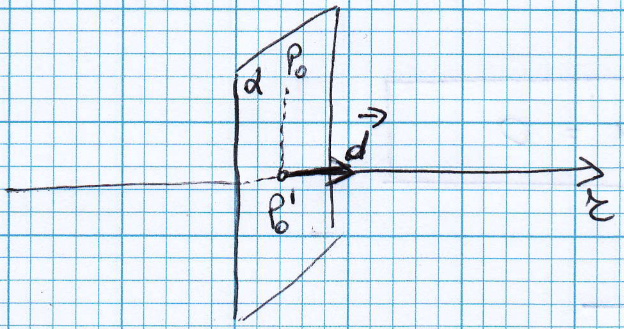
DISTANZA PUNTO-RETTA

Def: La distanza punto retta è il valore minimo assunto da (P_0 punto) $\overline{P_0P}$ al variare di P su r



ESEMPIO

Calcolare la distanza di $P_0(0;11;0)$ da

$$r\begin{cases} x=-5+4\lambda \\ y=5+\lambda \\ z=-10+4\lambda \end{cases} \qquad \vec{d}=(4;1;4)$$

Dim

1) Il piano α per P_0 e $\perp$ a r è:

$$\alpha: 4x+1(y-11)+4z=0$$

$$r\cap\alpha=P_0' \Rightarrow 4(-5+4\lambda)+1(5+\lambda-11)+4(-10+4\lambda)=0$$

$$-20+16\lambda-6+\lambda-40+16\lambda=0$$

$$33\lambda=66 \quad \lambda=2$$

Quindi $P_0'(-5+8\cdot2;\ 5+2;\ -10+4\cdot2)=$

$$=(3;7;-2)$$

$$\overline{P_0P_0'}=\sqrt{(3-0)^2+(7-11)^2+(-2-0)^2}=\sqrt{29}$$

2) P generico su r, il vettore $\overline{P_0P}$ è

$$\overline{P_0P}=(-5+4\lambda-0;\ \lambda+5-11;\ 4\lambda-10-0)=$$

$$=(-5+4\lambda;\ \lambda-6;\ 4\lambda-10)$$

r ha il vettore direzione $\vec{d}(4;1;4)$

Deve risultare $\overline{P_0P}\times\vec{d}=0$ cioè $(-5+4\lambda)4+(\lambda-6)1+(4\lambda-10)4=0$

$-20+16\lambda+\lambda-6+16\lambda-40=0 \quad 33\lambda=66 \quad \lambda=2$

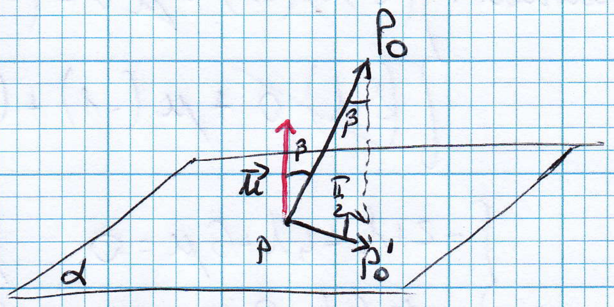
e poi si procede come prima.

DISTANZA PUNTO PIANO

$\alpha: ax+by+cz+d=0$

$P_0(x_0; y_0; z_0)$

$$d(P_0;\pi)=\frac{|ax_0+by_0+cz_0+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$$



DISTANZA TRA DUE RETTE

__Def__: Si definisce distanza tra due rette r ed r' la minima distanza PP' tra i punti $P\in r$ e $P'\in r'$

- Se le due rette sono incidenti la distanza è zero.
- Se $r\parallel r'$ si può calcolare la distanza di $P\in r$ da r'.
- Se le rette sono sghembe:

si prende un punto $P\in r$ e un generico $P'\in r'$ e si impone

$$\begin{cases} \vec{PP'}\times\vec{d}=0 \\ \vec{PP'}\times\vec{d'}=0 \end{cases}$$

ESEMPIO

Determina la distanza tra due rette sghembe:

$$r\begin{cases} x=4-\lambda \\ y=5 \\ z=1-2\lambda \end{cases} \qquad r'\begin{cases} x=2 \\ y=5-\mu \\ z=1+3\mu \end{cases}$$

Sia $P\in r$ generico: $P(4-\lambda; 5; 1-2\lambda)$ e $P'\in r'$ generico $P'(2, 5-\mu, 1+3\mu)$

$\vec{d}=(-1;0;-2) \quad \vec{d'}(0;-1;3) \quad \vec{PP'}=(4-\lambda-2; \cancel{5}-\cancel{5}+\mu; \cancel{1}-2\lambda-\cancel{1}-3\mu)=$

$=(2-\lambda; \mu; -2\lambda-3\mu)$

Poniamo
$$\begin{cases} \overrightarrow{PP'} \times \vec{d} = 0 \\ \overrightarrow{PP'} \times \vec{d'} = 0 \end{cases}$$

Quindi:
$$\begin{cases} (2-\lambda)(-1) + \cancel{\mu 0} + (-2\lambda - 3\mu)(-2) = 0 \\ \cancel{(2-\lambda) 0} + \mu(-1) + (-2\lambda - 3\mu)(3) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2+\lambda+4\lambda+6\mu = 0 \\ -\mu-6\lambda-9\mu = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} 5\lambda+6\mu-2 = 0 \\ -6\lambda-10\mu = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\frac{25}{3}\mu + 6\mu - 2 = 0 \\ \lambda = -\frac{5}{3}\mu \end{cases} \qquad \begin{cases} -7\mu = 6 \\ \lambda = -\frac{5}{3}\mu \end{cases} \qquad \begin{cases} \mu = -\frac{6}{7} \\ \lambda = \frac{10}{7} \end{cases}$$

$$PP' = \left(-\frac{4}{7}; \frac{6}{7}; \frac{2}{7}\right)$$

la distanza è $\sqrt{\left(-\frac{4}{7}\right)^2 + \left(\frac{6}{7}\right)^2 + \left(\frac{2}{7}\right)^2} = \frac{2\sqrt{24}}{7}$

DISTANZA RETTA PIANO

La distanza tra la retta r e il piano α è la minima distanza tra i punti $P \in r$ e i punti $A \in \alpha$.

LA SFERA

La sfera di centro $C_0(x_0; y_0; z_0)$ e raggio r è il luogo dei punti $P(x; y; z)$ tali che

$$\| \overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OC_0} \| = \| \overrightarrow{C_0P} \| = r$$

$$(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2 = r^2$$