

7. L'energia potenziale gravitazionale

Consideriamo la massa m che si sposta da A a B sotto l'azione di una massa maggiore M .

$$\Delta U = U_B - U_A = - W_{A \rightarrow B}.$$

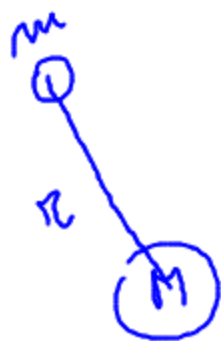
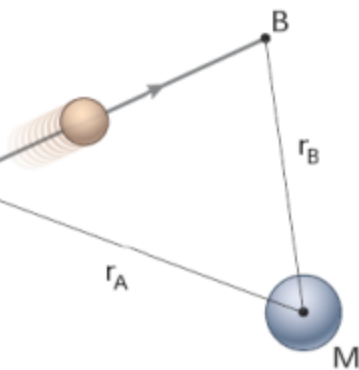
Si dimostra che

$$W_{A \rightarrow B} = G \frac{mM}{r_B} - G \frac{mM}{r_A}.$$

$$= G \frac{mM}{r_B^2} \cdot r_B$$

Quindi l'energia potenziale U è:

$$U(r) = - G \frac{mM}{r} + k$$



Scelta dell'energia potenziale che si annulla all'infinito

Nella formula di U è conveniente porre $k=0$.

Questo equivale a scegliere come **livello zero di U** il caso in cui **m e M sono a distanza infinita**.

Si scrive dunque

The diagram shows the formula for gravitational potential energy, $U(r) = -G \frac{mM}{r}$, centered in a yellow box. Lines connect the variables to their respective labels:

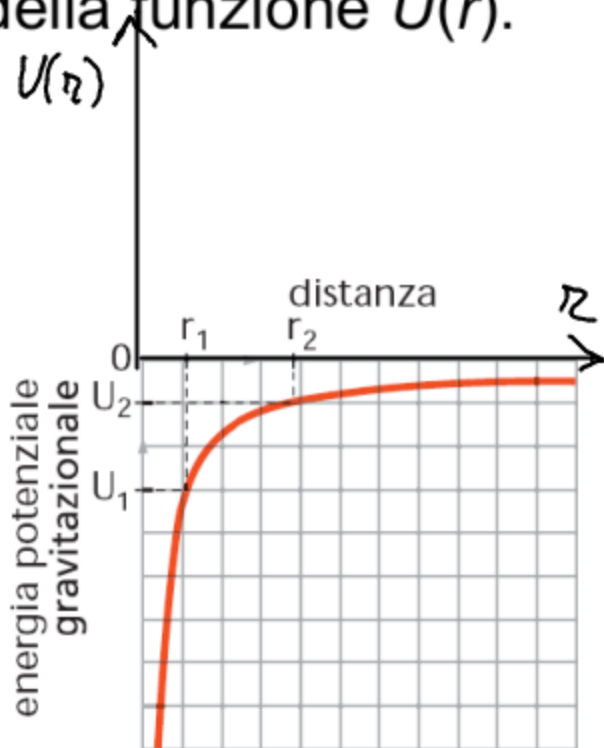
- $U(r)$ is labeled as "energia potenziale gravitazionale (J)".
- G is labeled as "costante $G(\text{N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2)$ ".
- m is labeled as "massa del primo corpo (kg)".
- M is labeled as "massa del secondo corpo (kg)".
- r is labeled as "distanza (m)".

Rappresentiamo il grafico della funzione $U(r)$.

$$U(r) = -G \frac{mM}{r}$$

La dipendenza da $1/r$ determina:

- l'annullarsi di $U(r)$ per r che tende ad infinito;
- il tendere all'infinito di U per r che tende a zero.



$U(r)$ è sempre negativa (potenziale attrattivo).

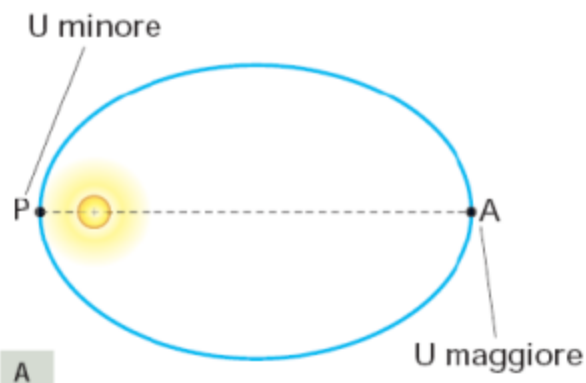
8. La forza di gravità e la conservazione dell'energia meccanica

Lo studio del moto dei pianeti del sistema solare ha confermato la validità della legge di gravitazione universale e dei principi della dinamica, anche perché nel vuoto spaziale non esiste attrito.

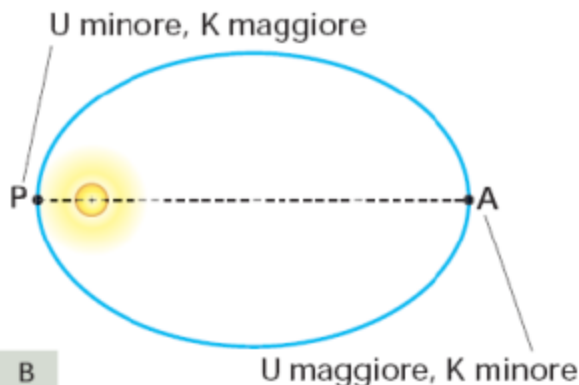


La **legge di conservazione dell'energia** in questo caso è valida e dà un'altra spiegazione alla seconda legge di Keplero.

► quando un pianeta è più vicino al Sole la sua energia potenziale è minore di quando esso si trova più lontano.



► Per la conservazione dell'energia totale occorre che, nel primo caso, l'energia cinetica sia maggiore che nel secondo.



Consideriamo un proiettile vicino ad un pianeta e poniamo $U = 0$ quando la distanza è infinita.

- Se il proiettile percorre un'orbita **ellittica**, $v < v_{fuga}$ e l'energia totale $E = K + U$ è **negativa**.
- Se il proiettile ha $v = v_{fuga}$, riesce a **liberarsi** e l'energia totale $E = K + U$ è **zero**.
- Se il proiettile percorre una traiettoria **iperbolica**, $v > v_{fuga}$ e l'energia totale $E = K + U$ è **positiva**.