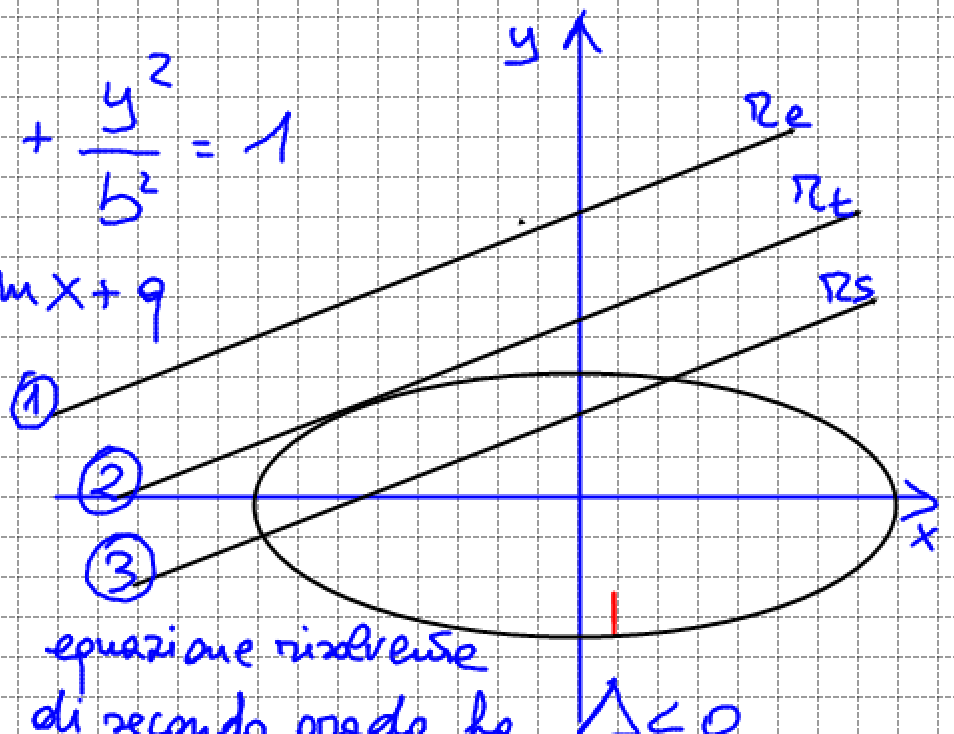
POSIZIONE DI UNA RETTA RISPETTO AD UN'ELLISSE

$\mathcal{E}: \quad \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

$r: \quad y = mx + q$



(1) $\begin{cases} \mathcal{E} \\ r \end{cases} \Rightarrow \emptyset$ equazione risolvente di secondo grado ha $\Delta < 0$

(2) $\begin{cases} \mathcal{E} \\ r \end{cases} \Leftrightarrow T$ (punto di tangenza tra retta ed ellisse)

il Δ dell'equazione risolvente è: $\Delta = 0$

(3) $\begin{cases} \mathcal{E} \\ r \end{cases} \Leftrightarrow A, B$ due punti reali e distinti

il Δ dell'equazione risolvente è $\Delta > 0$.

ESEMPIO (3)

$x + 2y - 6 = 0 \qquad \frac{x^2}{18} + \frac{y^2}{9} = 1$ Posizione reciproca?

$\begin{cases} x + 2y - 6 = 0 \\ \frac{x^2}{18} + \frac{y^2}{9} = 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = -2y + 6 \\ \frac{4y^2 + 36 - 24y}{18} + \frac{y^2}{9} = 1 \end{cases} \leftarrow (\cdot)$

$(\cdot)$ equazione risolvente; studio il Δ:

$4y^2 + 36 - 24y + 2y^2 - 18 = 0$

$6y^2 - 24y + 18 = 0$

$y^2 - 4y + 3 = 0 \qquad \Delta = (-2)^2 - 1(3) = 4 - 3 = 1 > 0$

$\Delta > 0 \Rightarrow$ 2 soluzioni reali e distinte

la retta interseca l'ellisse in due punti distinti

ESEMPIO (2)

$y = -x + 4 \quad e \quad \frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{4} = 1$ Posizione reciproca?

$\begin{cases} y = -x + 4 \\ \frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{4} = 1 \end{cases} \qquad \frac{x^2}{12} + \frac{(x^2 + 16 - 8x)}{4} = 1 \qquad x^2 + 3x^2 + 48 - 24x - 12 = 0$

$4x^2 - 24x + 36 = 0 \qquad x^2 - 6x + 9 = 0 \qquad \Delta = 9 - 9 = 0$

ESEMPIO 1

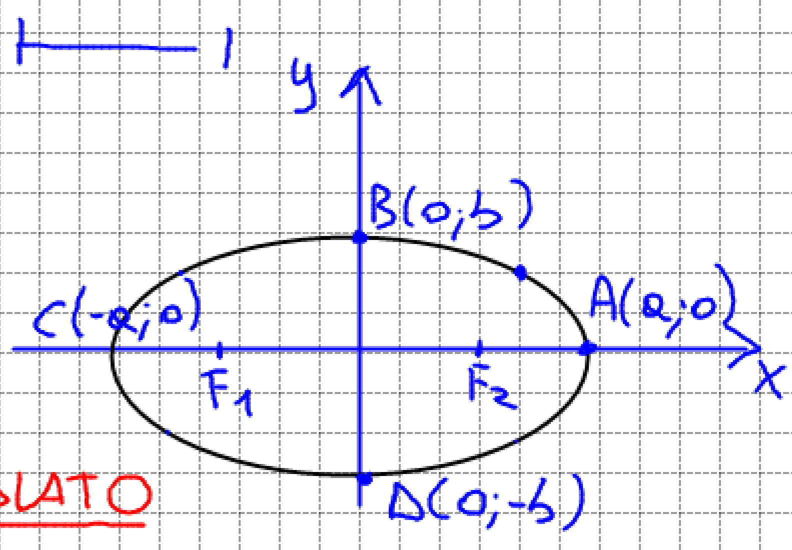
$y = x+8$ e $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{1} = 1$ Posizione reciproca?

$$\begin{cases} y = x+8 \\ \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{1} = 1 \end{cases} \qquad \frac{x^2}{2} + \frac{x^2+64+16x}{1} = 1$$

$$3x^2 + 32x + 128 - 2 = 0$$

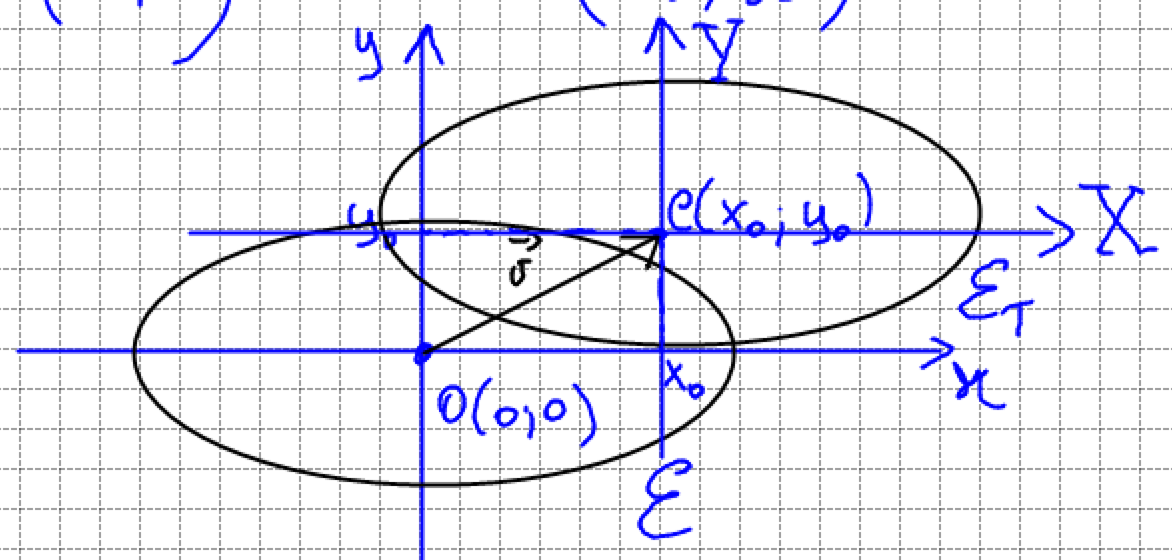
$$3x^2 + 32x + 126 = 0 \qquad \Delta = (16)^2 - 126 \cdot 3 = 256 - 378 < 0$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$



ELLISSE TRASLATO

$$O(0;0) \xrightarrow{T} C(x_0;y_0)$$



$$\mathcal{E}: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\mathcal{E}_T: \frac{(x-x_0)^2}{a^2} + \frac{(y-y_0)^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{x^2 + x_0^2 - 2x_0x}{a^2} + \frac{y^2 + y_0^2 - 2y_0y}{b^2} = 1$$

$$\underbrace{b^2}_{a'}x^2 + b^2x_0^2 \underbrace{-2b^2x_0}_{c'}x \underbrace{+a^2}_{b'}y^2 + a^2y_0^2 \underbrace{-2a^2y_0}_{d'}y - a^2b^2 = 0$$

$$e'$$

$$a'x^2 + b'y^2 + c'x + d'y + e' = 0$$

$$C\left(-\frac{c'}{2a'} ; -\frac{d'}{2b'}\right)$$

$$\begin{array}{cc} \| & \| \\ x_0 & y_0 \end{array}$$

$x = -\frac{c'}{2a'}$ asse verticale

$y = -\frac{d'}{2b'}$ asse orizzontale