

PROBLEMA 1 (2002)

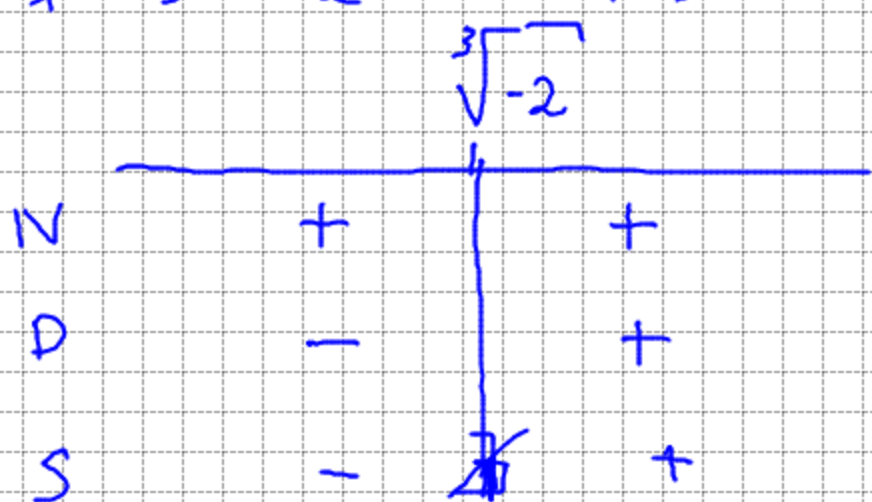
$$K: y = f(x) \quad \rightarrow \quad f(x) = \frac{x^2 + 2}{x^3 + 2}$$

1) VALORI DI x PER CUI $f(x) > 0$ E PER QUALI $f(x) < 0$

$$f(x) > 0 \rightarrow \frac{x^2 + 2}{x^3 + 2} > 0$$

N. $x^2 + 2 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

D. $x^3 + 2 > 0$
 $x^3 > -2 \quad x > \sqrt[3]{-2}$



• funzione f è continua e indefinitamente derivabile in \mathbb{R} . In $[1; 8]$ ha le seguenti caratteristiche:

- $f(1) = \frac{3}{2}$; $f(8) = 5$

- $f(x) = \frac{7}{2}$ solo per $x = 5$

- $f'(x) < 0$ per $x \in [1; 5)$; $f'(5) = 0$; $f'(x) > 0$ per $x \in (5; 8]$

Dimostrare che \exists solo 2 punti $\in [1; 8]$ che verificano Lagrange

se

$$\left. \begin{array}{l} f(x) \text{ continua in } [1; 8] \\ f(x) \text{ derivabile in } (1; 8) \end{array} \right\} \Rightarrow \exists \text{ almeno un } c \in (1; 8) \text{ tale che } f'(c) = \frac{f(8) - f(1)}{8 - 1}$$

$f(x)$ continua in \mathbb{R} allora $f(x)$ continua in $[1; 8]$ e indefinitamente derivabile in \mathbb{R} quindi derivabile in $(1; 8)$ e $f(1) \neq f(8)$ allora è applicabile Lagrange

$x \in [1; 5]$

$f(x)$ ha una concavità verso il basso e verifica le ipotesi del Lagrange quindi $\exists c \in (1; 5)$ un solo punto c tale che

$$f'(c) = \frac{f(5) - f(1)}{5 - 1} =$$

$$\frac{f(5) - f(1)}{5 - 1} = \frac{\frac{7}{2} - \frac{3}{2}}{4} =$$

$$= \frac{1}{2}$$

$$f'(c) = \frac{1}{2}$$

In modo analogo per l'intervallo $[5; 8]$

$$\exists c' \in (5; 8) \text{ tale che } f'(c') = \frac{f(8) - f(5)}{8 - 5} =$$

$$\frac{5 - \frac{7}{2}}{3} = \frac{3}{2}$$

$$f'(c') = \frac{3}{2}$$

