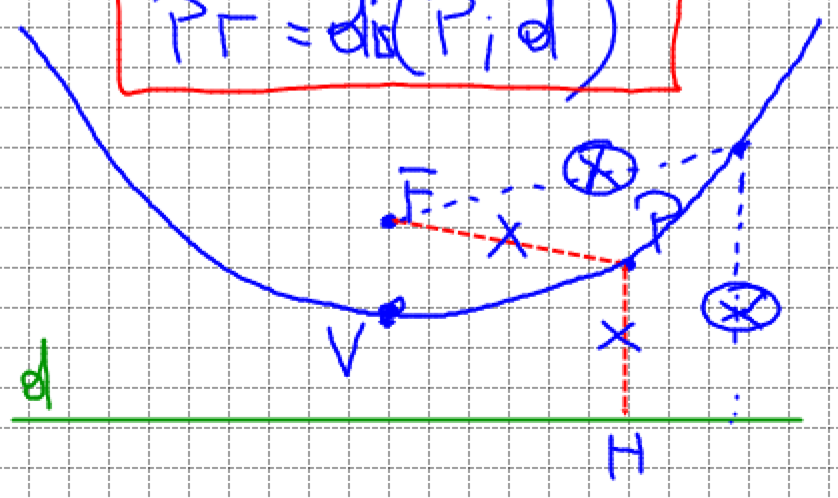
PARABOLA

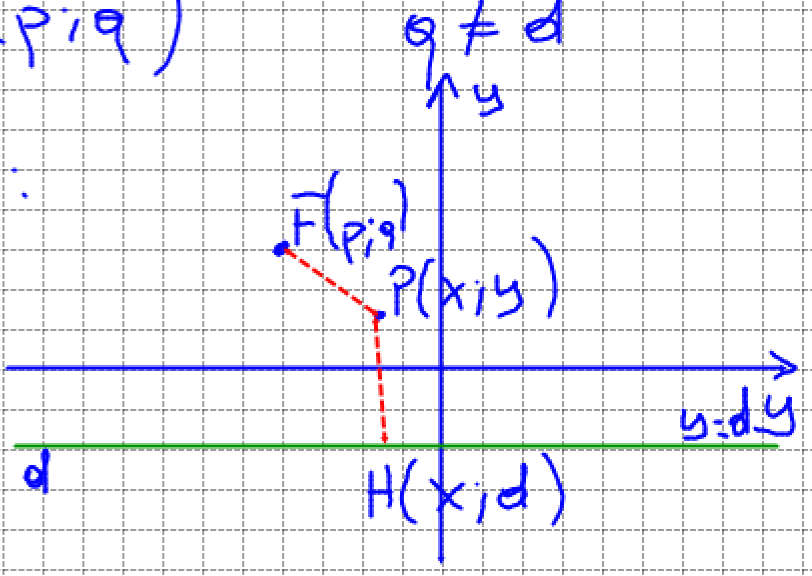
Def: Data una retta d e un punto $F \notin d$, la parabola è il luogo geometrico dei punti $P(x;y)$ del piano tali che la distanza di $\overline{PF}$ è uguale alla distanza di P dalla retta d.

$$\boxed{\overline{PF} = dist(P; d)}$$



- la retta d ha equazione $y = d$
- il punto F ha coordinate $F(p;q)$

$q \neq d$



Trovo l'equazione della parabola:

$$\overline{PF} = dist(P; d)$$

$$\sqrt{(x_P - x_F)^2 + (y_P - y_F)^2} = \frac{|y_P - d|}{\sqrt{1+0}}$$

$$\sqrt{x^2 + p^2 - 2px + y^2 + q^2 - 2qy} = |y - d|$$

$$x^2 + p^2 - 2px + \cancel{y^2} + q^2 - 2qy = \cancel{y^2} + d^2 - 2dy$$

$$(2q - 2d)y = x^2 - 2px + p^2 + q^2 - d^2$$

siccome $q \neq d$ $\quad 2q - 2d \neq 0$

divido per $2q - 2d$ e ho:

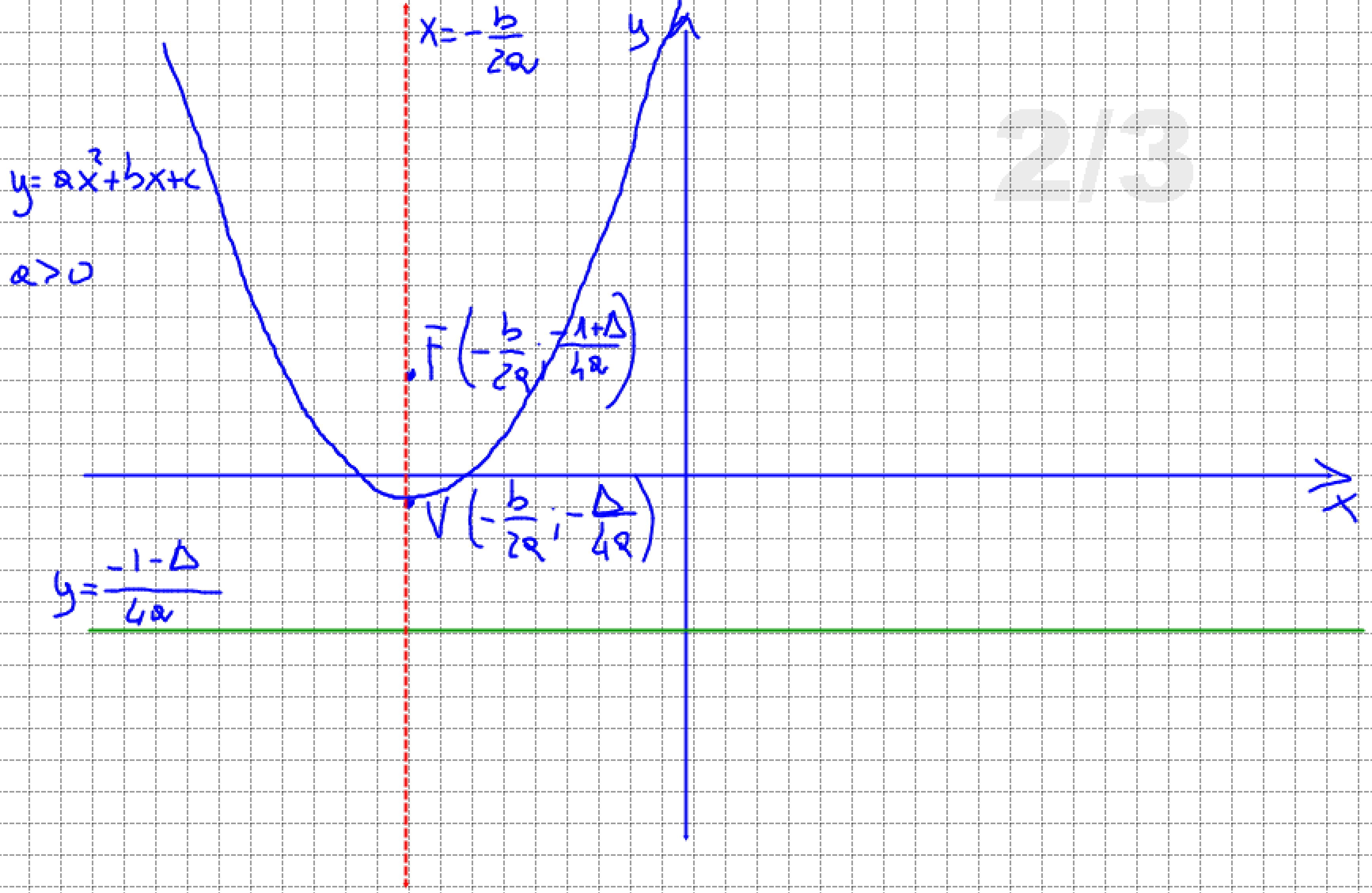
$$y = \underbrace{\frac{1}{2(q-d)}}_{=a} x^2 + \underbrace{\frac{-\cancel{2}p}{\cancel{2}(q-d)}}_{=b} x + \underbrace{\frac{p^2 + q^2 - d^2}{2(q-d)}}_{=c}$$

$\boxed{y = ax^2 + bx + c}$ equazione della parabola con asse di simmetria parallelo all'asse y

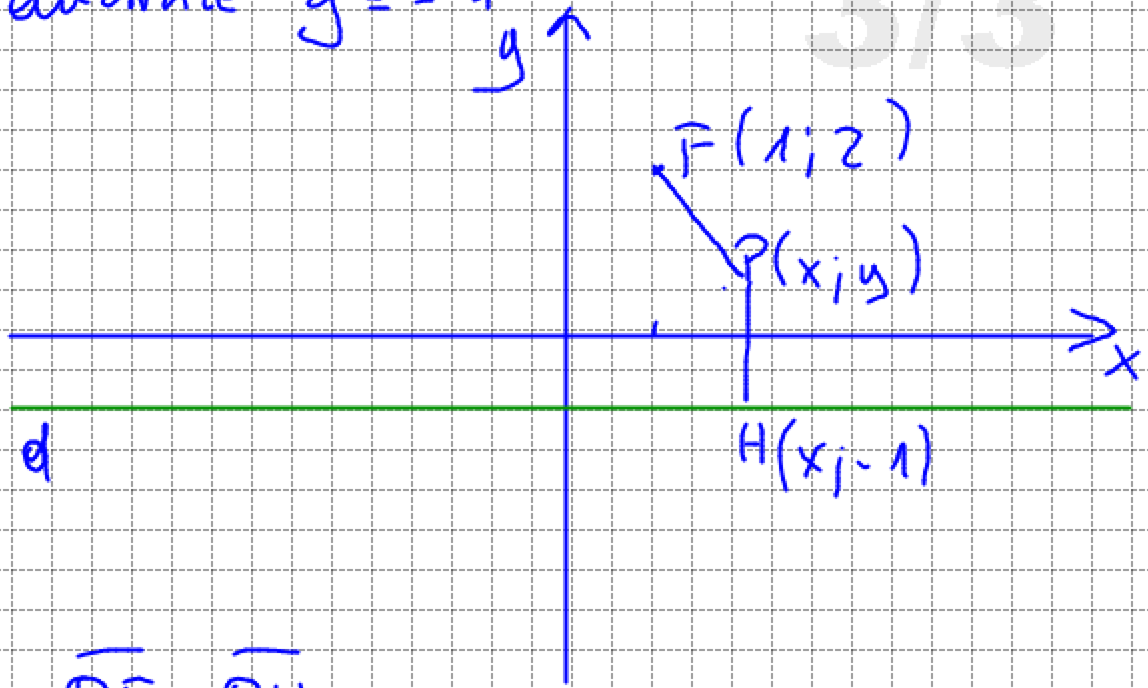
con $\begin{cases} a = \dfrac{1}{2(q-d)} \\ b = \dfrac{-p}{q-d} \\ c = \dfrac{p^2+q^2-d^2}{2(q-d)} \end{cases}$ risolvendo il sistema trovo p, q, d in funzione di a, b, c .... $\begin{cases} p = -\dfrac{b}{2a} \\ q = \dfrac{1-(b^2-4ac)}{4a} \\ d = -\dfrac{1+b^2-4ac}{4a} \end{cases}$

$y = ax^2 + bx + c$ è l'equazione della parabola σ con asse di simmetria // all'asse delle y (*), fuoco di coordinate $F\left(-\frac{b}{2a}; \frac{1-\Delta}{4a}\right)$, vertice di coordinate $V\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$, direttrice di equazione $y = -\frac{1+\Delta}{4a}$

(*) $x = -\frac{b}{2a}$


$x = -\frac{b}{2a}$
y
$y = ax^2 + bx + c$
$a > 0$
$F\left(-\frac{b}{2a}; \frac{-1+\Delta}{4a}\right)$
$V\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$
x
$y = \frac{-1-\Delta}{4a}$

Scrivere l'equazione della parabola che ha $F(1;2)$ e direttrice $y = -1$



$$\overline{PF} = \overline{PH}$$

$$\sqrt{(x_P - x_F)^2 + (y_P - y_F)^2} = \sqrt{(x_P - x_H)^2 + (y_P - y_H)^2}$$

...