

DIFFERENZIALE

Sia $y = f(x)$ una funzione derivabile e quindi continua in I .
Siano x e $x + \Delta x$ due punti di I .

Def: Si chiama DIFFERENZIALE della funzione $y = f(x)$ relativo al punto x e all'incremento Δx , il prodotto della derivata della funzione per l'incremento Δx :

$$dy = df(x) = f'(x) \Delta x$$

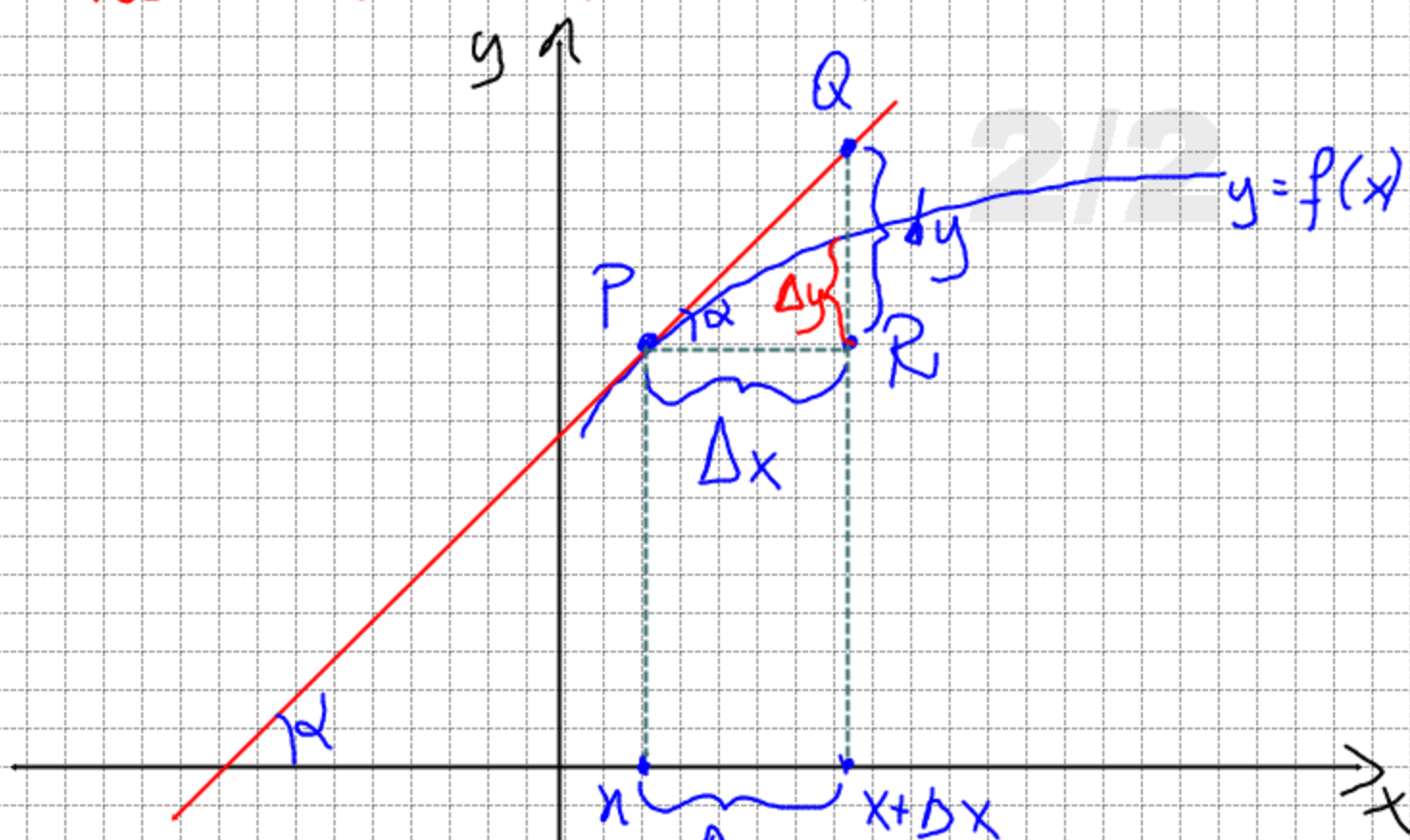
Oss: Il differenziale della variabile indipendente x è uguale all'incremento della variabile stessa

$$y = x \quad dy = dx = 1 \Delta x$$

• Si può anche scrivere $dy = f'(x) dx$ $f'(x) = \frac{dy}{dx}$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{df(x)}{dx}$$

RAPPRESENTAZIONE GEOMETRICA



$$\operatorname{Tg} \alpha = \frac{\overline{QR}}{\overline{PR}} \Rightarrow \overline{QR} = \overline{PR} \operatorname{Tg} \alpha$$

$$\operatorname{Tg} \alpha = f'(x_p) \quad \overline{QR} = \overline{PR} f'(x_p)$$

$$df(x) = \Delta x f'(x_p)$$

$$df(x) = f'(x_p) dx$$

ESEMPIO

Calcolare il valore approssimato di $\sqrt{9,12}$

Considero $y = \sqrt{x}$ con $x = 9$ e $\Delta x = 0,12$

$$\sqrt{9,12} = \sqrt{9 + 0,12} = f(x + \Delta x)$$

$$\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x) = \sqrt{9 + 0,12} - \sqrt{9}$$

$$dy = f'(x) dx = \frac{1}{2\sqrt{x}} dx = \frac{1}{2\sqrt{x}} \Delta x = \frac{1}{2\sqrt{9}} 0,12$$

$$dy = \frac{1}{2\sqrt{9}} 0,12$$

$$\text{Siccome } f(x + \Delta x) = f(x) + f'(x) \Delta x$$

$$\begin{aligned} \sqrt{9,12} &\approx \sqrt{9} + \frac{1}{2\sqrt{9}} 0,12 = 3 + \frac{1}{6} 0,12 = \\ &= 3 + 0,02 = 3,02 \end{aligned}$$