

# DERIVATA DELLA FUNZIONE ESPONENZIALE

$$D(a^x) = a^x \ln a$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{a^{x+h} - a^x}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{a^x (a^h - 1)}{h} =$$

poniamo  $a^h - 1 = t \Rightarrow a^h = t + 1 \quad h = \log_a(t + 1)$

se  $h \rightarrow 0 \Rightarrow \log_a(t + 1) \rightarrow 0 \quad t \rightarrow 0$

$$= \lim_{t \rightarrow 0} a^x \frac{t}{\log_a(t + 1)} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{a^x}{\frac{\log_a(t + 1)}{t}}$$

$$= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{a^x}{\log_a \left( (1+t)^{\frac{1}{t}} \right)} = \frac{a^x}{\log_a e} = (*)$$

$$\frac{1}{\log_a e} = \ln a$$

quindi  $(*) = a^x \ln a$