REGOLE DI DERIVAZIONE

DERIVATA DELLA SOMMA

La funzione somma di due funzioni, $f_1(x)$ e $f_2(x)$ derivabili in I, è derivabile in I e

$$\boxed{D\left[f_1(x)+f_2(x)\right]=f_1'(x)+f_2'(x)}$$

Dim

$$D\left(f_1(x)+f_2(x)\right)=\lim_{h\to 0}\frac{\left[f_1(x+h)+f_2(x+h)\right]-\left[f_1(x)+f_2(x)\right]}{h}=$$

$$=\lim_{h\to 0}\left[\frac{f_1(x+h)-f_1(x)}{h}+\frac{f_2(x+h)-f_2(x)}{h}\right]=$$

$$=f_1'(x)+f_2'(x)$$

ESEMPIO

$$f(x)=5+x-\operatorname{sen}x$$

$$D(f(x))=0+1-\cos x=1-\cos x$$

DERIVATA DEL PRODOTTO

La funzione prodotto di due funzioni $f_1(x)$ e $f_2(x)$, derivabili in I, è derivabile in I e si ha:

$$\boxed{D\big(f_1(x)\cdot f_2(x)\big) = f_1'(x)\,f_2(x) + f_1(x)\,f_2'(x)}$$

Dim

$$D\big(f_1(x)f_2(x)\big) = \lim_{h\to 0} \frac{f_1(x+h)f_2(x+h) - f_1(x)f_2(x)}{h} =$$

aggiungiamo e sottraiamo

$$f_1(x+h)\,f_2(x)$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{f_1(x+h)f_2(x+h) - f_1(x)f_2(x) + f_1(x+h)f_2(x) - f_1(x+h)f_2(x)}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0}\left[\underbrace{f_1(x+h)}_{h\to 0\ \to\ f_1(x)}\ \underbrace{\frac{f_2(x+h)-f_2(x)}{h}}_{h\to 0\ \to\ f_2'(x)} + f_2(x)\ \underbrace{\frac{f_1(x+h)-f_1(x)}{h}}_{h\to 0\ \to\ f_1'(x)}\right] =$$

$$= f_1'(x)\,f_2(x) + f_1(x)\,f_2'(x)$$

OSS

$$y = \underbrace{f_1(x)f_2(x)}_{F_1(x)}\,f_3(x)$$

$$y = F_1(x)\,f_3(x)$$

$$y' = F_1'(x)\,f_3(x) + F_1(x)\,f_3'(x) =$$

$$= \left[f_1'(x)f_2(x) + f_1(x)f_2'(x)\right]f_3(x) + f_1(x)f_2(x)f_3'(x) =$$

$$= f_1'(x)f_2(x)f_3(x) + f_1(x)f_2'(x)f_3(x) + f_1(x)f_2(x)f_3'(x)$$

ESEMPIO

- $f(x) = \underbrace{3}_{1}\,\underbrace{x}_{2}$

$$D\big(f(x)\big) = D(3)\cdot x + 3\,D(x) = 0\cdot x + 3\cdot 1 = 3$$

- $f(x) = 3x^2 = \underbrace{3\cdot x}\cdot\underbrace{x}$

$$D(3x^2) = D(3x)\cdot x + 3x\,D(x) = 3x + 3x\cdot 1 =$$
$$= 6x$$

- $f(x) = x \operatorname{sen} x$

$$D(x \operatorname{sen} x) = D(x)\operatorname{sen} x + x\,D(\operatorname{sen} x) =$$
$$= 1 \operatorname{sen} x + x\cos x = \operatorname{sen} x + x \cos x$$