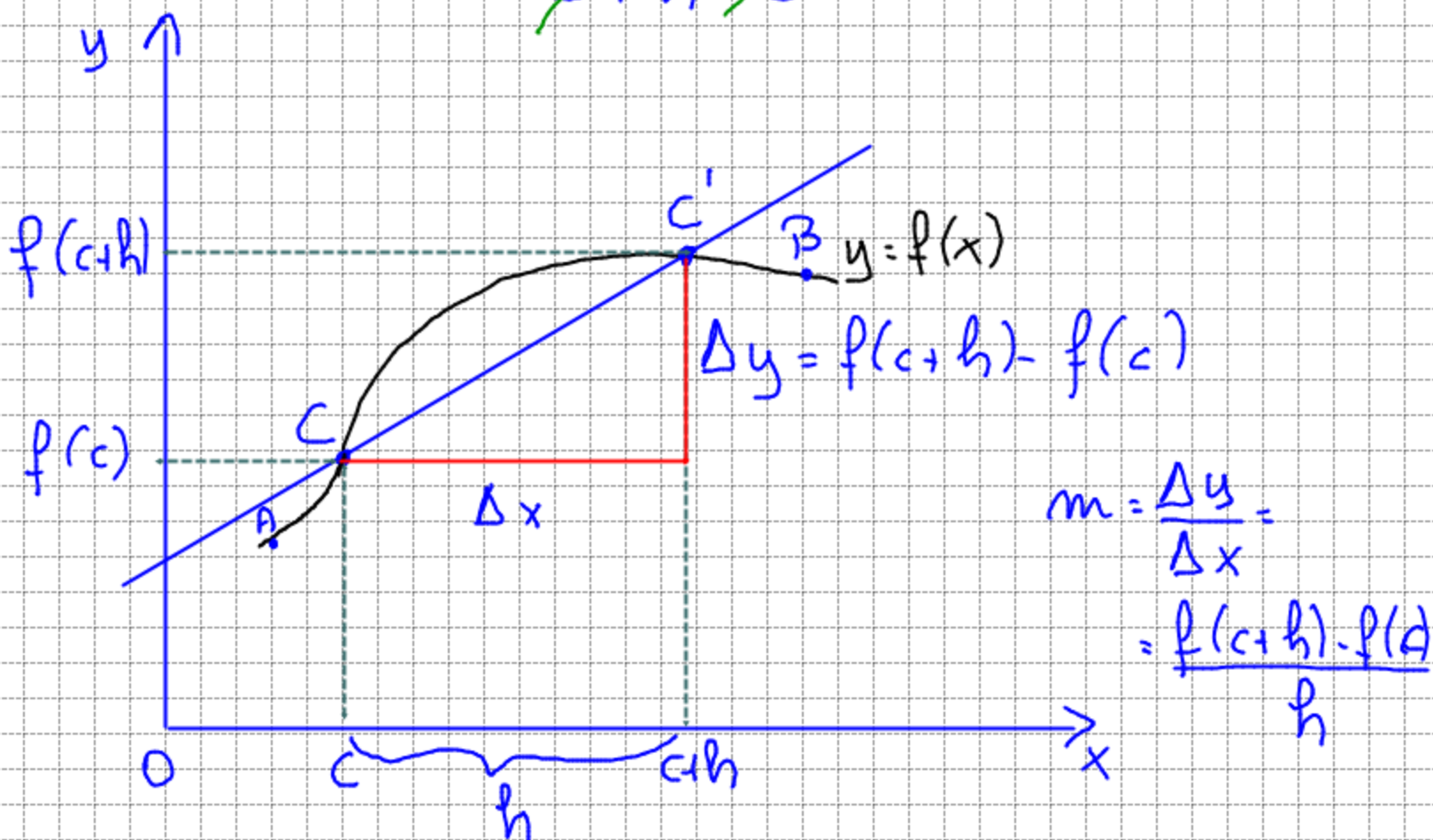


## RAPPORTO INCREMENTALE

Def: Sia  $y=f(x)$  una funzione definita in un intervallo  $[a,b]$  e siano  $c, c+h$  due punti interni all'intervallo  $[a,b]$ . Si chiama **RAPPORTO INCREMENTALE** di  $y=f(x)$  relativamente al punto  $c$  il numero

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(c+h) - f(c)}{c+h-c} = \frac{f(c+h) - f(c)}{h}$$

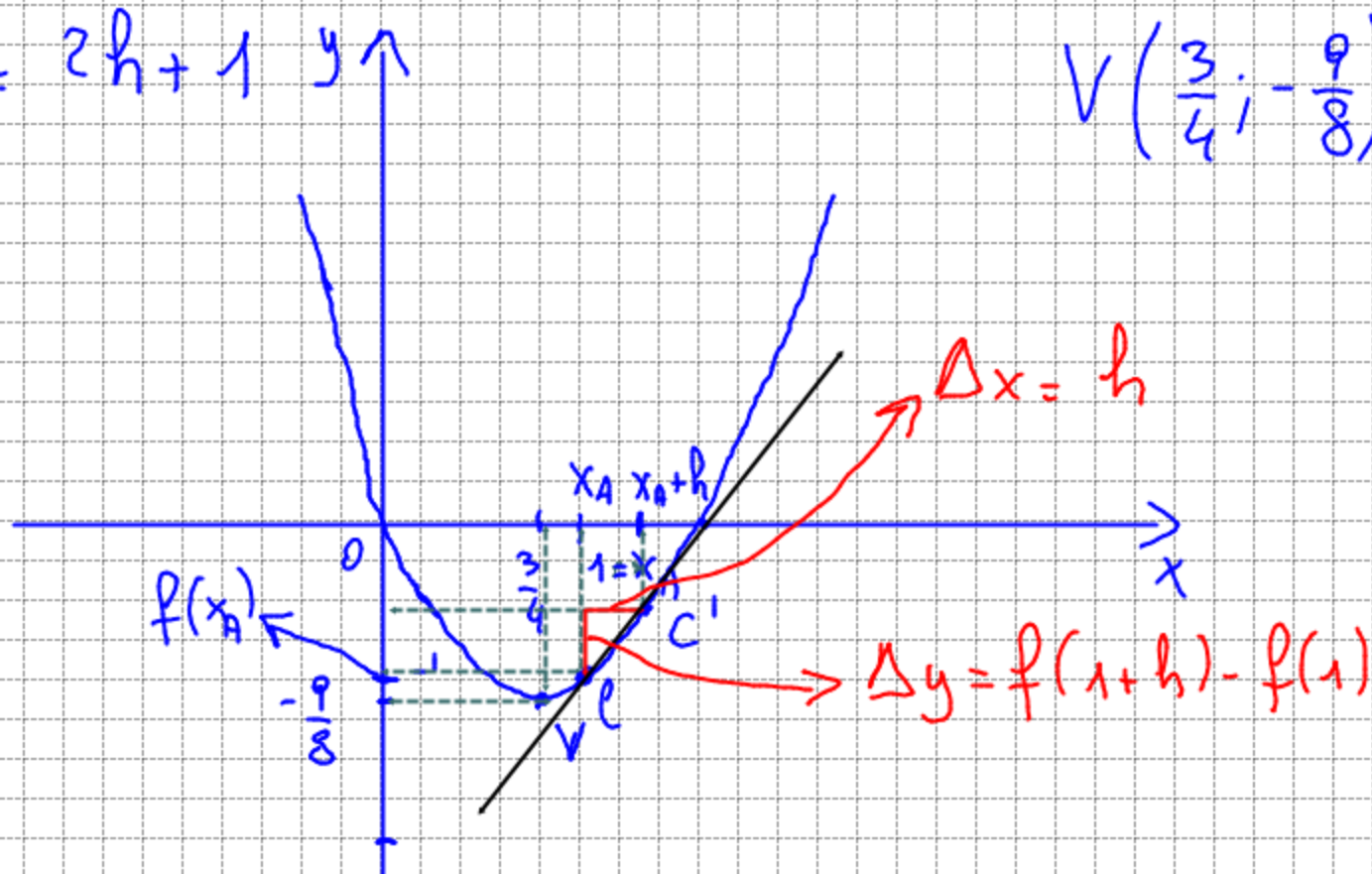


### ESEMPIO

$$A(1, -1) \quad A'(1+h, f(1+h))$$

Calcolare il rapporto incrementale di  $f(x) = 2x^2 - 3x$  relativo al punto A di ascissa  $x_A = 1$  e ad un generico incremento  $h$ .

$$\begin{aligned} \frac{\Delta y}{\Delta x} &= \frac{f(1+h) - f(1)}{1+h-1} = \frac{2(1+h)^2 - 3(1+h) - [2(1)^2 - 3(1)]}{h} \\ &= \frac{2(1+h^2+2h) - 3 - 3h - 2 + 3}{h} = \frac{2h^2 + h}{h} = \frac{h(2h+1)}{h} \\ &= 2h+1 \end{aligned}$$



### ESEMPIO

$$f(x) = 4x^2 - 1 \quad x_0 = -1$$

1)  $\Delta x = 0,1$

2)  $\Delta x = 0,01$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

Calcolare il valore numerico dei rapporti incrementali relativi a  $y = f(x)$ ,  $x_0$  e  $\Delta x$ .

Dim

$$1) \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(-1+0,1) - f(-1)}{0,1} = \frac{f(-0,9) - f(-1)}{0,1} = \frac{2,24 - 3}{0,1} = -7,6$$

$$2) \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(-1+0,01) - f(-1)}{0,01} = \frac{-0,0796}{0,01} = -7,96$$

### ESERCIZIO

$f(x) = \frac{x+1}{2x}$   $x_0 = -3$ . Calcolare il rapporto incrementale di  $f(x)$  nel punto  $x_0$ .

#### SVOLGIMENTO

$$\begin{aligned} \frac{\Delta y}{\Delta x} &= \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{x_0+h-x_0} = \frac{f(-3+h) - f(-3)}{h} \\ &= \frac{\frac{-3+h+1}{2(-3+h)} - \frac{-3+1}{2(-3)}}{h} = \frac{\frac{h-2}{2(h-3)} - \frac{2}{-6}}{h} \\ &= \frac{3(h-2) - 2(h-3)}{6h(h-3)} = \frac{3h-6-2h+6}{6h(h-3)} = \frac{h}{6h(h-3)} \\ &= \frac{1}{6(h-3)} \end{aligned}$$