

$$f(x) = \frac{x+a}{bx}$$

e) $a, b = ?$ $f(3) = \frac{1}{3}$ $f(-1) = 1$

$$\begin{cases} \frac{1}{3} = \frac{3+a}{3b} \\ 1 = \frac{-1+a}{-b} \end{cases} \begin{cases} 3+a = b \\ b \neq 0 \\ a-1 = -b \end{cases} \begin{cases} a = -1 \\ b \neq 0 \\ b = 2 \end{cases}$$

$$f(x) = \frac{x-1}{2x}$$

b) dimostra che è invertibile

Dimostrare che è biettiva: $D_f: \{x \in \mathbb{R} / x \neq 0\} = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$

$$D_f = \mathbb{R} - \{0\}$$

$$y = \frac{x-1}{2x} \begin{cases} x-1 = 2xy \\ x \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - 2xy = 1 \\ x \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x(1-2y) = 1 \\ x \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{1-2y} \\ x \neq 0 \\ 1-2y \neq 0 \end{cases} \begin{cases} x = \frac{1}{1-2y} \\ x \neq 0 \\ y \neq \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$f(x) = \frac{x-1}{2x} \quad f^{-1}(x) = \frac{1}{1-2x}$$

$$(f \circ f^{-1})(x) = f(f^{-1}(x)) = f\left(\frac{1}{1-2x}\right) = \frac{\frac{1}{1-2x} - 1}{2\left(\frac{1}{1-2x}\right)} = \frac{2x}{2} = x$$

$$(f^{-1} \circ f)(x) = f^{-1}(f(x)) = f^{-1}\left(\frac{x-1}{2x}\right) = \frac{1}{1-2\left(\frac{x-1}{2x}\right)} = \frac{1}{\frac{1}{x}} = x$$

Dimostrare $f(x) = \frac{x-2}{4x}$ è crescente per $x < 0$ o $x > 0$.

Una funzione è crescente se $\forall x_1, x_2$ con $x_1 > x_2$
 $f(x_1) > f(x_2)$

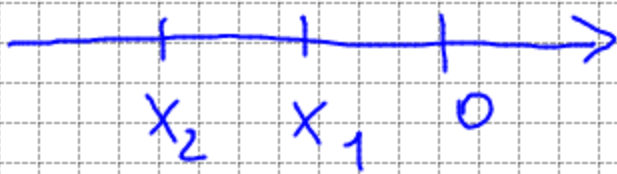
$$\begin{cases} x_1 > x_2 > 0 \\ \frac{x_1 - 2}{4x_1} > \frac{x_2 - 2}{4x_2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 > x_2 > 0 \\ \frac{x_2(x_1 - 2) - x_1(x_2 - 2)}{4x_1x_2} > 0 \\ x_1, x_2 \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 > x_2 > 0 \\ \frac{x_2x_1 - 2x_2 - x_1x_2 + 2x_1}{4x_1x_2} > 0 \\ x_1, x_2 \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 > x_2 > 0 \\ \frac{2(x_1 - x_2)}{4x_1x_2} > 0 \\ x_1, x_2 \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 > x_2 > 0 \\ x_1 > x_2 \text{ VERA} \\ x_1, x_2 \neq 0 \end{cases}$$



$$\begin{cases} x_2 < x_1 < 0 \\ f(x_2) < f(x_1) \Rightarrow \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_2 < x_1 < 0 \\ \frac{x_2 - 2}{4x_2} < \frac{x_1 - 2}{4x_1} \\ x_1, x_2 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x_2 < x_1 < 0 \\ \frac{x_1(x_2 - 2) - x_2(x_1 - 2)}{4x_1x_2} < 0 \\ x_1, x_2 \neq 0 \end{cases}$$

$$x_2 < x_1 < 0$$

$$x_1x_2 - 2x_1 - x_2x_1 + 2x_2 < 0 \Rightarrow$$

$$4x_1x_2 > 0$$

$$x_1, x_2 \neq 0$$

$$x_2 < x_1 < 0$$

$$2(x_2 - x_1) < 0 \text{ VERA!}$$

$$4x_1x_2 > 0$$

$$x_1, x_2 \neq 0$$