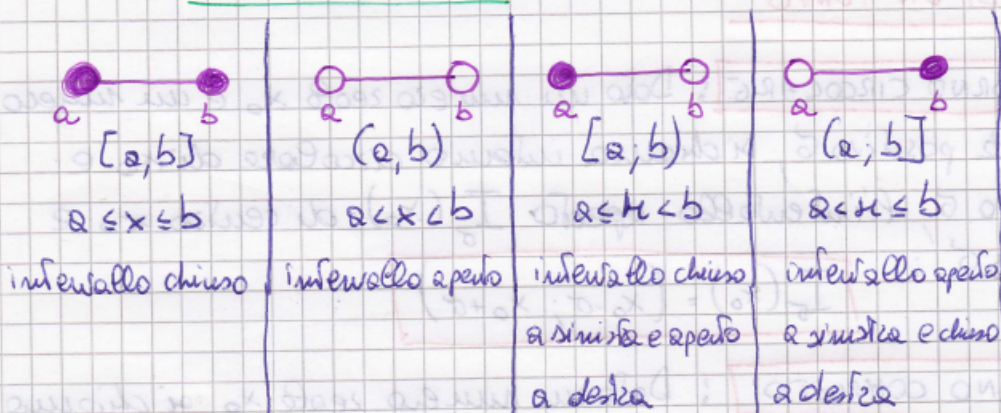


INTERVALLI

Def: un intervallo è un sottoinsieme di numeri reali che corrisponde ad una SEMIRETTA (intervallo illimitato) o ad un SEGMENTO (intervallo limitato) della retta reale

INTERVALLO $\left\{ \begin{array}{l} \text{CHIUSO} \text{ (gli estremi appartengono all'intervallo)} \\ \text{APERTO} \text{ (gli estremi non appartengono all'intervallo)} \end{array} \right.$

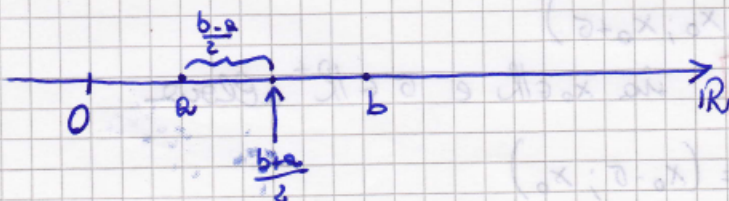
INTERVALLI LIMITATI



Oss: la lunghezza di un intervallo di estremi a, b è

$b-a$ che è detta AMPIEZZA dell'intervallo.

- il raggio dell'intervallo è $\frac{b-a}{2}$
- il centro dell'intervallo è $\frac{b+a}{2}$



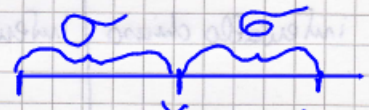
INTERVALLI ILLIMITATI

$[a; +\infty)$	$(a; +\infty)$	$(-\infty; b]$	$(-\infty; b)$
$x \geq a$	$x > a$	$x \leq b$	$x < b$
intervallo chiuso, illimitato superiormente	intervallo aperto, illimitato superiormente	intervallo chiuso, illimitato inferiormente	intervallo aperto, illimitato inferiormente

INTORNI DI UN PUNTO

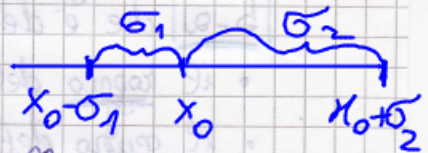
Df: **INTORNO CIRCOLARE**: Dato un numero reale x_0 e un numero reale positivo σ , si chiama intorno circolare di x_0 e raggio σ , l'intervallo aperto $I_\sigma(x_0)$ di centro x_0 e raggio σ :

$$I_\sigma(x_0) = (x_0 - \sigma; x_0 + \sigma)$$



Df: **INTORNO COMPLETO**: Dato un numero reale x_0 si chiama intorno completo di x_0 in qualunque intervallo aperto $I(x_0)$ contenente x_0 :

$$I(x_0) = (x_0 - \sigma_1; x_0 + \sigma_2)$$



Df: **INTORNO DESTRO**: sia $x_0 \in \mathbb{R}$ e $\sigma \in \mathbb{R}^+$ allora

$$I_\sigma^+(x_0) = (x_0; x_0 + \sigma)$$

INTORNO SINISTRO: sia $x_0 \in \mathbb{R}$ e $\sigma \in \mathbb{R}^+$ allora

$$I_\sigma^-(x_0) = (x_0 - \sigma; x_0)$$

INTORNI DI INFINITO

(3)

Def: INTORNO DI $-\infty$ dati $a, b \in \mathbb{R}$ con $a < b$

$$\boxed{I(-\infty) = (-\infty; a) = \{x \in \mathbb{R} / x < a\}}$$

intervallo illimitato inferiormente.

Def: INTORNO DI $+\infty$ dati $a, b \in \mathbb{R}$ con $a < b$

$$\boxed{I(+\infty) = (b; +\infty) = \{x \in \mathbb{R} / x > b\}}$$

intervallo illimitato superiormente.

Def: INTORNO DI ∞ $I(\infty) = I(-\infty) \cup I(+\infty) = \{x \in \mathbb{R} / x < a \vee x > b\}$
 $= (-\infty; +\infty)$

INSIEMI LIMITATI E ILLIMITATI

$F \subseteq \mathbb{R}$ è:

- SUPERIORMENTE LIMITATO se $\exists a \in \mathbb{R}$ non necessariamente appartenente a F tale che $x \leq a \forall x \in F$. a è detto MAGGIORANTE di F .
- INFERIORMENTE LIMITATO se $\exists b \in \mathbb{R}$ non necessariamente appartenente a F tale che $x \geq b \forall x \in F$. b è detto MINORANTE di F .
- LIMITATO se è limitato sia inferiormente che superiormente.

- ILLIMITATO SUPERIORMENTE se scelto comunque un $m \in \mathbb{R}$ $\exists (x \in \mathbb{R} \text{ con } x \in F)$ tale che $x > m$.
- ILLIMITATO INFERIORMENTE se scelto comunque un $n \in \mathbb{R}$ $\exists (x \in \mathbb{R} \text{ con } x \in F)$ tale che $x < n$.

- ILLIMITATO x è illimitato superiormente e inferiore.
 $d > 0$ non esiste $\delta > 0$ tale che $x - \delta < x < x + \delta$

④

ES *

$$A = \left\{ x \mid x = \frac{2m}{m+1} \text{ con } m \in \mathbb{N} \right\}$$

$$\frac{2m}{m+1} = 2 - \frac{2}{m+1}$$

i suoi elementi sono $0, 1, \frac{4}{3}, \frac{3}{2}, \frac{8}{5}, \frac{5}{3}, \dots$

$$\begin{array}{r|l} 2m & m+1 \\ \hline 2m+2 & 2 \\ \hline -2 & \end{array}$$

$$\frac{2m}{m+1} = 2 - \frac{2}{m+1} \rightarrow 2 \text{ se } m \text{ cresce } (\rightarrow +\infty)$$

quindi tutti gli elementi di A sono più piccoli di 2 ovvero 2 è un maggiorante per A .

0 è il minimo (perché 0 è estremo inferiore che appartiene ad A).

GLI ESTREMI DI UN INSIEME

Def: ESTREMO SUPERIORE Dato $E \subset \mathbb{R}$ superiormente limitato, si dice estremo superiore di E quel numero reale M tale che:

- $x \leq M \quad \forall x \in E$
- $\forall \varepsilon > 0 \exists x \in E : x > M - \varepsilon$

ESTREMO INFERIORE Dato $E \subset \mathbb{R}$ inferiormente limitato, si dice estremo inferiore di E quel numero reale L tale che

- $x \geq L \quad \forall x \in E$
- $\forall \varepsilon > 0 \exists x \in E : x < L + \varepsilon$

Def: MASSIMO Se l'estremo superiore appartiene ad E allora si chiama MASSIMO

(5)

• MINIMO Se l'estremo inferiore appartiene ad E allora si chiama MINIMO

• Se un insieme E è illimitato superiormente allora

$$\sup E = +\infty$$

• Se un insieme E è illimitato inferiormente allora

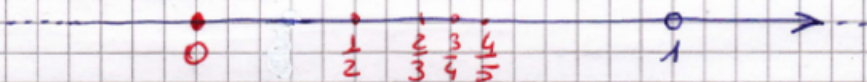
$$\inf E = -\infty$$

1- PUNTI ISOLATI

Def: Dato un insieme A , sottoinsieme di \mathbb{R} e dato $x_0 \in A$ si dice PUNTO ISOLATO di A se $\exists I$ di x_0 che non contiene altri elementi di A .

ES

$$A = \left\{ 0, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots, \frac{n}{n+1} \right\}, n \in \mathbb{N} \quad \left\{ x / x = \frac{n}{n+1}, n \in \mathbb{N} \right\}$$



Tutti gli elementi di A sono punti isolati

1 PUNTI DI ACCUMULAZIONE

Def: si dice che il numero reale x_0 è un punto di accumulazione di $A \subset \mathbb{R}$ se ogni intorno compatto di x_0 contiene infiniti punti di A .