IL CALCOLO COMBINATORIO

DISPOSIZIONI SEMPLICI

Le disposizioni semplici di n elementi di classe K (ovvero presi K a K) sono tutti i possibili gruppi di K elementi scelti fra gli n elementi che differiscono o per un termine o per l'ordine.

$$\boxed{D_{n,K} = \underbrace{n(n-1)\cdot\ldots\cdot(n-K+1)}}$$

disposizioni semplici

ESEMPIO

$D_{4,3} = 4(3)\cdot(2) = 24$

$D_{4,2} = 4\cdot 3 = 12$

$D_{100,25} = 100\cdot 99\cdot\ldots\cdot(100-25+1)$

ESEMPIO

A, B, C

AB BA AC CA BC CB

$D_{3,2} = 3\cdot\ldots\cdot(3-2+1) = 3\cdot 2 = 6$

ESEMPIO

A, B, C, D

AB	AC	AD
BA	BC	BD
CA	CB	CD
DA	DB	DC

$D_{4,2} = 4\cdot\ldots\cdot(4-2+1) = 4\cdot 3 = 12$

$D_{7,3} = 7\cdot\ldots\cdot(7-3+1) = 7\cdot 6\cdot 5 = 210$

PERMUTAZIONI SEMPLICI

Le permutazioni semplici sono tutti i possibili modi diversi di mettere in fila n oggetti (ovvero sono le disposizioni semplici di n oggetti di classe n).

$$P_n = D_{n,n} = n(n-1)(n-2)\cdot\ldots\cdot 1 = n! \; *$$

$* \; n! = n(n-1)\cdot(n-2)\cdot\ldots\cdot 1$

ESEMPIO

$n \in \mathbb{N}$

$5! = 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1$

$3! = 3\cdot 2\cdot 1$

$1! = 1$

$0! = 1$ per definizione $(0! = 1!)$

$4! = 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1$

ES N 3 PAG 180

$$\frac{6!}{2!\cdot 3!}=\frac{6\cdot 5\cdot 4\cdot \cancel{3!}}{2!\cdot \cancel{3!}}=\frac{6\cdot 5\cdot \cancel{4}^{2}}{\cancel{2}\cdot 1}=60$$

$$n! = n(n-1)!$$

$$\frac{8!}{7!}=\frac{8\cdot \cancel{7!}}{\cancel{7!}}=8$$

$$\left(n!-(n-1)!\right)=(n-1)!\,(n-1)$$

$$\left(8!-7!\right)=8\cdot 7!-7!=7!\,(8-1)=7!\cdot 7$$

$$\frac{300!\cdot 262!}{260!\cdot 302!}=\frac{\cancel{300!}\cdot \cancel{262}^{131}\cdot 261\cdot \cancel{260!}}{\cancel{260!}\cdot \cancel{302}_{151}\cdot 301\cdot \cancel{300!}}=\frac{131\cdot 261}{151\cdot 301}$$

N 6

$$\boxed{D_{n,k}=n\,D_{n-1,k-1}}$$

$$n(n-1)\cdot\ldots\cdot(n-k+1)=n\left((n-1)(n-2)\cdot\ldots\cdot(n-\cancel{1}-k+\cancel{1}+1)\right)$$

$$n(n-1)\cdot\ldots\cdot(n-k+1)=n(n-1)\cdot\ldots\cdot(n-k+1)$$

N 8

$$n(n+1)\,D_{\underbrace{n-1}_{N},\underbrace{k-1}_{K}}=\frac{(n+1)!}{(n-k)!}\qquad k<n$$

$$n(n+1)\cdot\left[(n-1)(n-2)\cdot\ldots\cdot(n-\cancel{1}-k+\cancel{1}+1)\right]=\frac{(n+1)(n)(n-1)\ldots\overbrace{(n-k+1)}\cancel{(n-k)!}}{\cancel{(n-k)!}}$$

$$(n+1)\,n(n-1)(n-2)\cdot\ldots\cdot(n-k+1)=(n+1)\,n\,(n-1)\cdot\ldots\cdot(n-k+1)$$