

ESERCIZIO

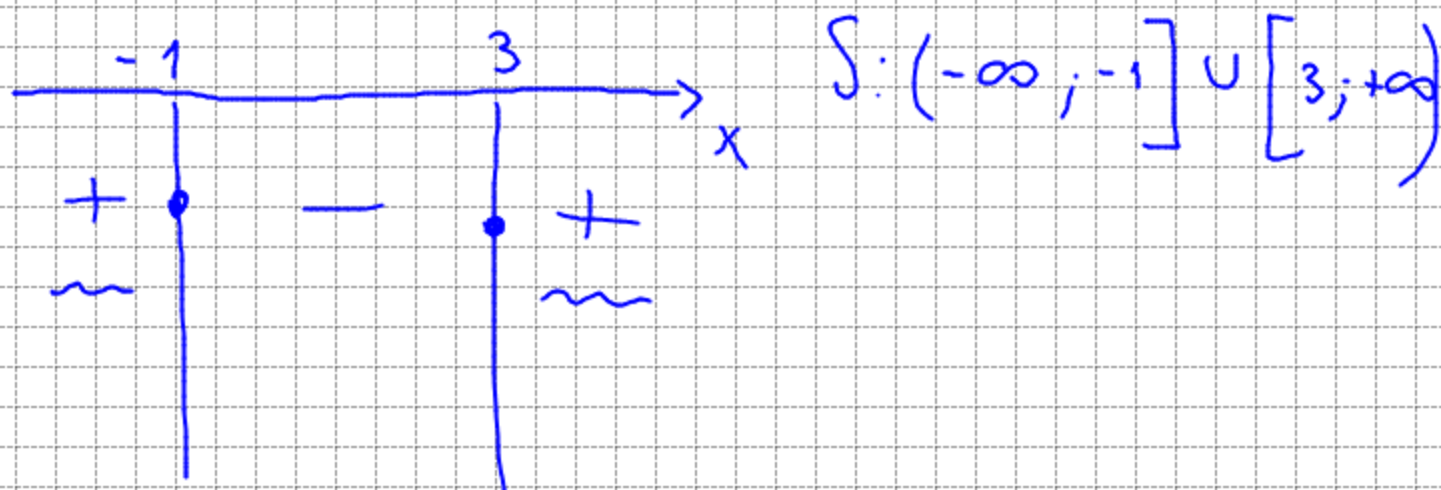
$$f(x) = x - 2 - \sqrt{x^2 - 2x - 3}$$

C.E.

$$D_f = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid \sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 0 \right\}$$

Scrivo l'equazione associata e Trovo le radici, studiano come il segno.

$$x_{1/2} = 1 \pm \sqrt{1+3} = 1 \pm 2 = \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = 3 \end{cases}$$



$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x - 2 - \sqrt{x^2 - 2x - 3}) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - 2 - \sqrt{x^2 - 2x - 3}) = \left[+\infty - \infty \right] = \text{F.I.}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x - 2 - \sqrt{x^2 - 2x - 3})(x - 2 + \sqrt{x^2 - 2x - 3})}{(x - 2 + \sqrt{x^2 - 2x - 3})} =$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 4x + 4 - x^2 + 2x + 3}{(x - 2 + \sqrt{x^2 - 2x - 3})} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2x + 7}{(x - 2 + \sqrt{x^2 - 2x - 3})} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \left(-2 + \frac{7}{x} \right)}{x \left(1 - \frac{2}{x} + \frac{\sqrt{x^2 - 2x - 3}}{x} \right)} = -1$$

$y = -1$ asintoto orizzontale

Trovo l'equazione dell'asintoto obliquo $y = mx + q$

$$m = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(x - 2 - \sqrt{x^2 - 2x - 3})}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \left(1 - \frac{2}{x} - \frac{\sqrt{x^2 - 2x - 3}}{x} \right)}{x} = 2$$

$$q = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) - mx = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x - 2 - \sqrt{x^2 - 2x - 3}) - 2x$$

$$q = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-x - 2 - \sqrt{x^2 - 2x - 3})$$