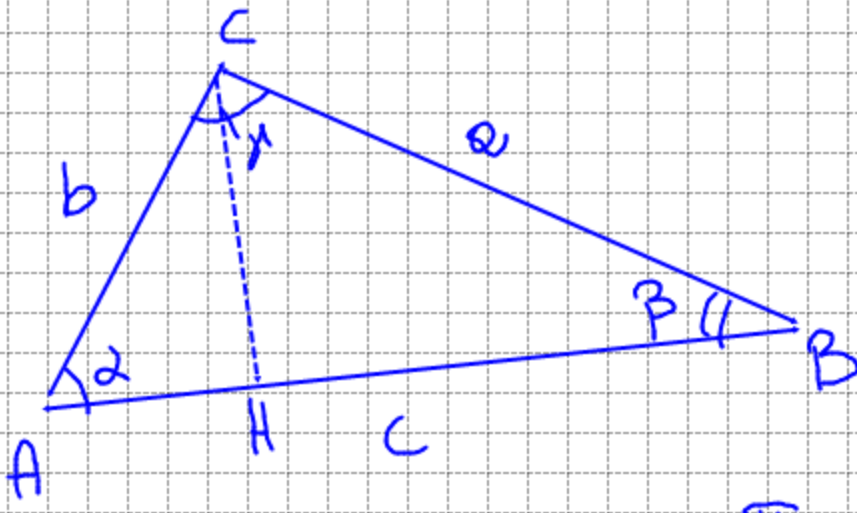


TEOREMA DELLE PROIEZIONI



Dato un triangolo qualunque $\hat{A}BC$ la misura di un lato è uguale alla somma degli altri lati moltiplicati ciascuno per il coseno dell'angolo compreso con il primo lato.

Tesi:

$$a = b \cos \gamma + c \cos \beta$$

$$b = c \cos \alpha + a \cos \gamma$$

$$c = b \cos \alpha + a \cos \beta$$

$$0 < \beta < \frac{\pi}{2}$$

$$0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$$

DIM

Voglio dimostrare che $c = b \cos \alpha + a \cos \beta$.

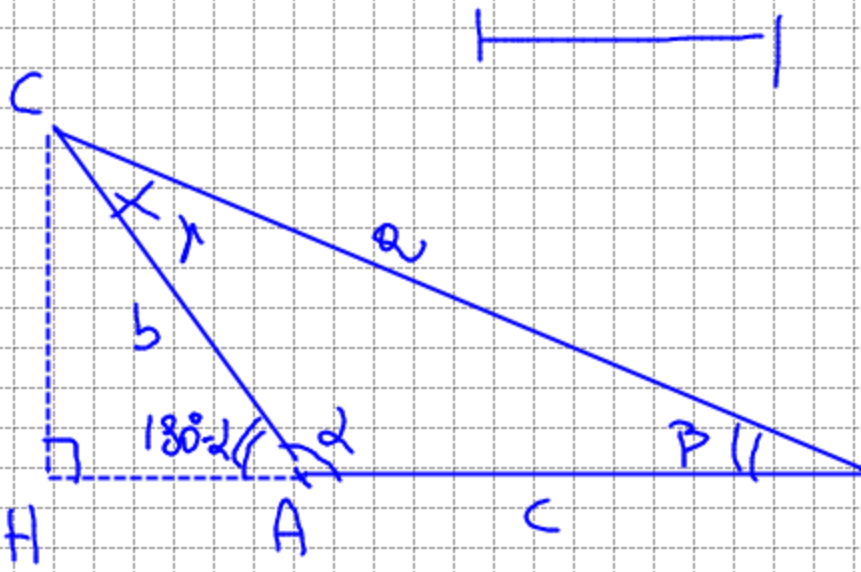
Costruisco l'altezza relativa al lato c : questa interseca il lato c nel punto H .

$$c = \overline{AB} = \overline{AH} + \overline{HB} = (*)$$

i triangoli $\hat{A}CH$ e $\hat{C}HB$ sono retti in H quindi

$$\overline{AH} = b \cos \alpha, \quad \overline{HB} = a \cos \beta$$

$$(*) = b \cos \alpha + a \cos \beta = c$$



$$\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$$

$$AB = HB - HA$$

$$HB = a \cos \beta$$

$$HA = b \cos(180^\circ - \alpha) =$$

Voglio dimostrare che $c = b \cos \alpha + a \cos \beta$

$$c = \overline{AB} = \overline{HB} - \overline{HA} = a \cos \beta - b \cos(180^\circ - \alpha) =$$

$$= a \cos \beta - (-b \cos \alpha) =$$

$$= a \cos \beta + b \cos \alpha = c$$