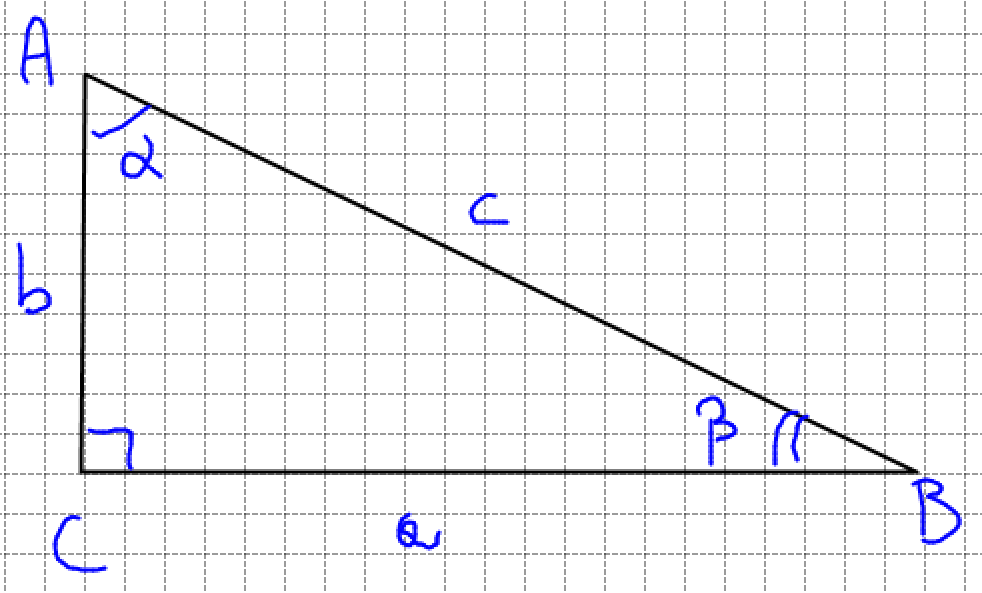
TRIANGOLI RETTANGOLI (TEOREMI)

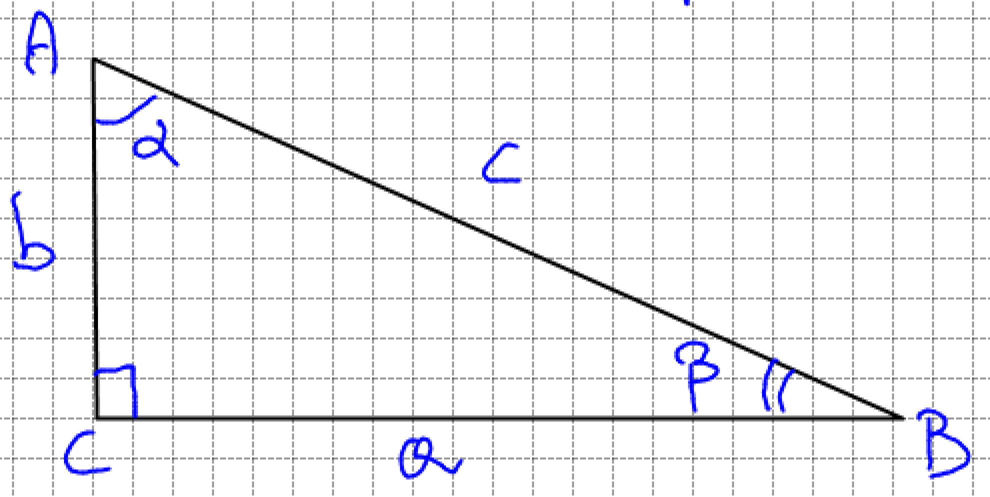
- In un triangolo rettangolo la misura di un cateto è uguale a quella dell'ipotenusa per il seno dell'angolo opposto al cateto stesso.

$$\boxed{a = c \operatorname{sen} \alpha}$$
$$\boxed{b = c \operatorname{sen} \beta}$$



- In un triangolo rettangolo la misura di un cateto è uguale a quella dell'ipotenusa per il coseno dell'angolo compreso tra il cateto stesso e l'ipotenusa.

$$\boxed{b = c \cos \alpha}$$
$$\boxed{a = c \cos \beta}$$



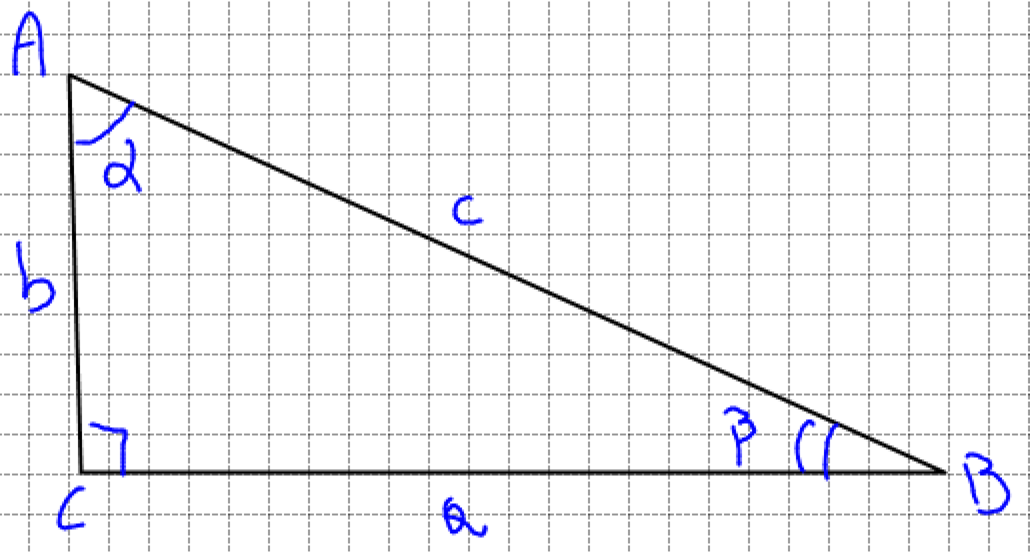
- In un triangolo rettangolo la misura di un cateto è uguale a quella dell'altro cateto moltiplicata per la tangente dell'angolo opposto al primo cateto.

$b = c \operatorname{sen} \beta$

$a = c \cos \beta$

divido membro a membro:

$$\frac{b}{a} = \frac{\cancel{c} \operatorname{sen} \beta}{\cancel{c} \cos \beta}$$

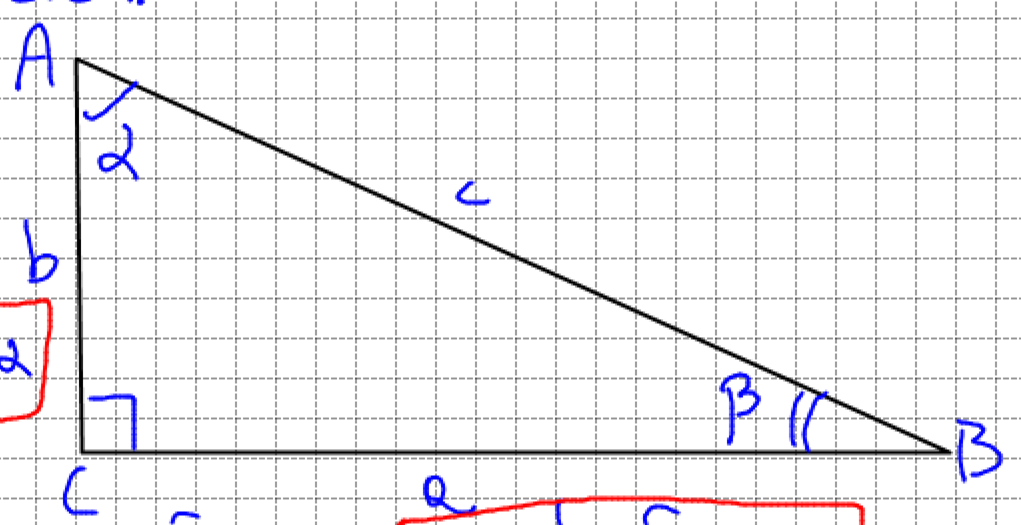


$$\frac{b}{a} = \operatorname{tg} \beta \implies \boxed{b = a \operatorname{tg} \beta}$$

$$\left.\begin{array}{l} a = c \operatorname{sen} \alpha \\ b = c \cos \alpha \end{array}\right\}$$ divido membro a membro $$\frac{a}{b} = \frac{\cancel{c} \operatorname{sen} \alpha}{\cancel{c} \cos \alpha}$$

$$\frac{a}{b} = \operatorname{tg} \alpha \implies \boxed{a = b \operatorname{tg} \alpha}$$

- In un triangolo rettangolo la misura di un cateto è uguale a quella dell'altro cateto moltiplicata per la cotangente dell'angolo adiacente al primo cateto.



$b = c \cos \alpha$

$a = c \operatorname{sen} \alpha$

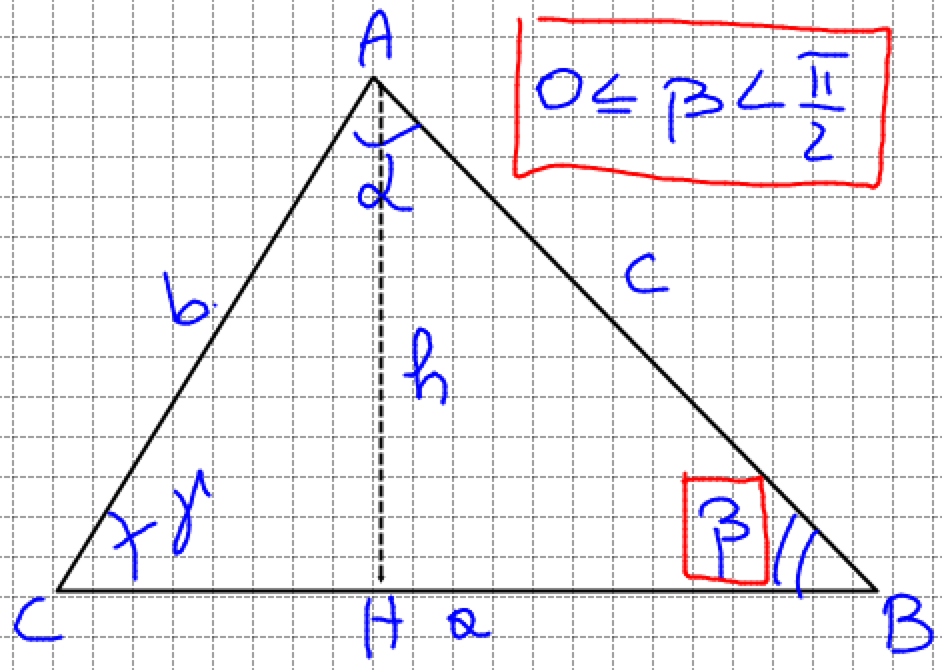
$\frac{b}{a} = \operatorname{ctg} \alpha \quad \boxed{b = a \operatorname{ctg} \alpha}$

$$\left.\begin{array}{l} a = c \cos \beta \\ b = c \operatorname{sen} \beta \end{array}\right\} \implies \frac{a}{b} = \operatorname{ctg} \beta \quad \boxed{a = b \operatorname{ctg} \beta}$$

TEOREMA AREA DI UN TRIANGOLO

L'area di un triangolo è uguale al semiprodotto di due lati per il seno dell'angolo compreso fra essi.

$\boxed{0 \le \beta < \frac{\pi}{2}}$



1) $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$

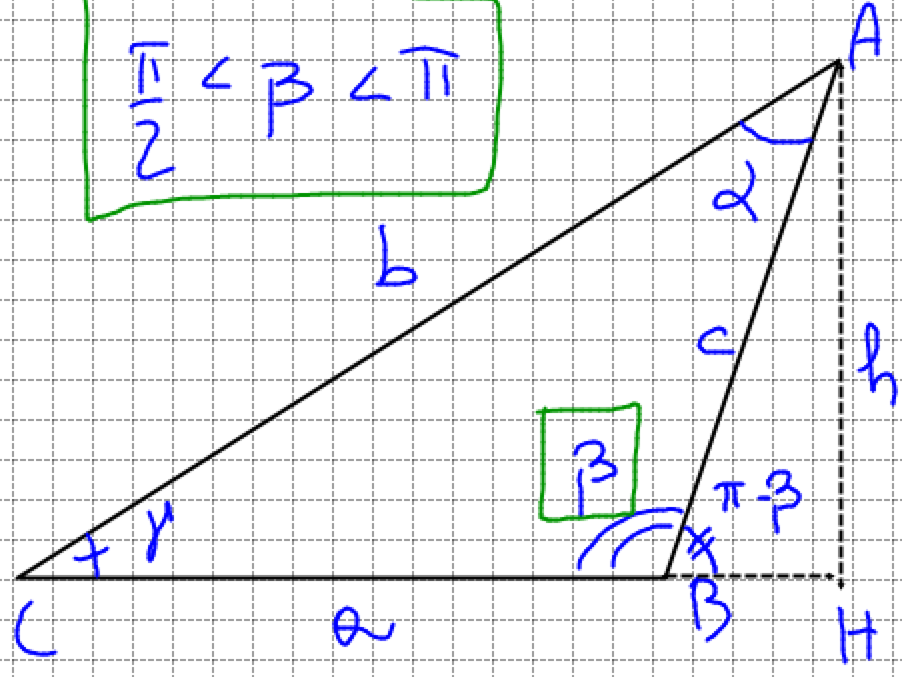
Sono dati a, c, β

$$Q = \frac{a \cdot h}{2}$$

$$h = c\,\text{sen}\,\beta$$

$$\boxed{Q = \frac{1}{2}\, a c\,\text{sen}\,\beta}$$

$\boxed{\frac{\pi}{2} < \beta < \pi}$



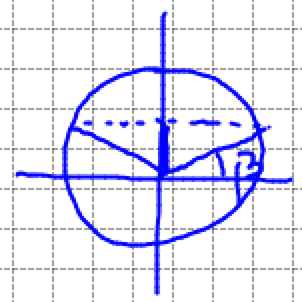
2) $\frac{\pi}{2} < \beta < \pi$

Sono dati a, c, β

$$Q = \frac{1}{2}\, a h$$

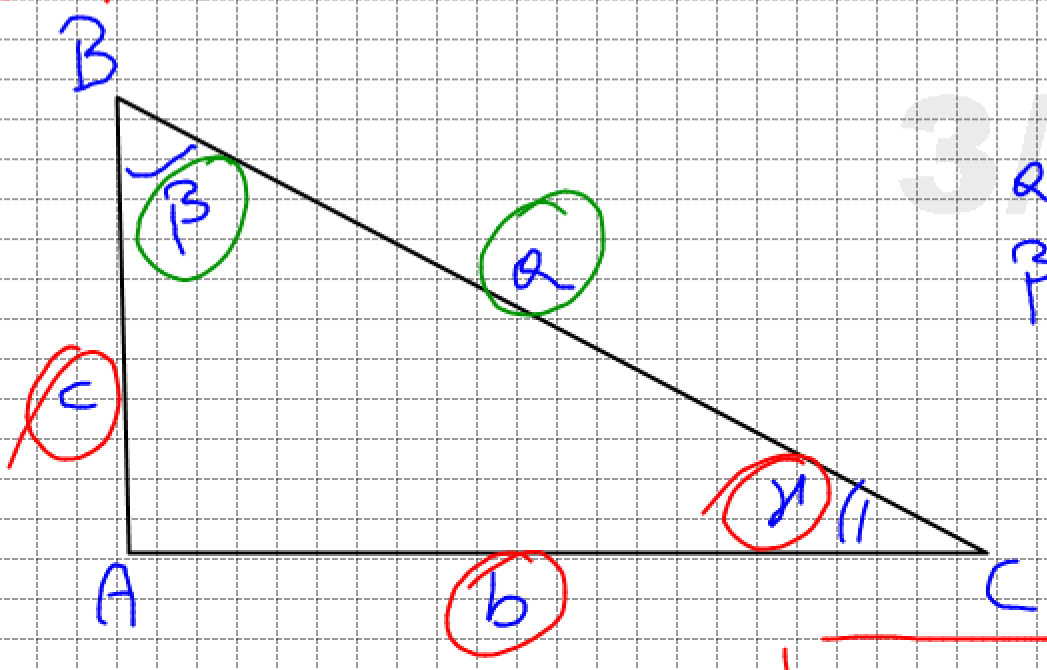
$$h = c\,\text{sen}(\pi - \beta)$$

$$h = c\,\text{sen}\,\beta$$



$$\boxed{Q = \frac{1}{2}\, a c\,\text{sen}\,\beta}$$

ES N 2 PAG 220



$a = 4$

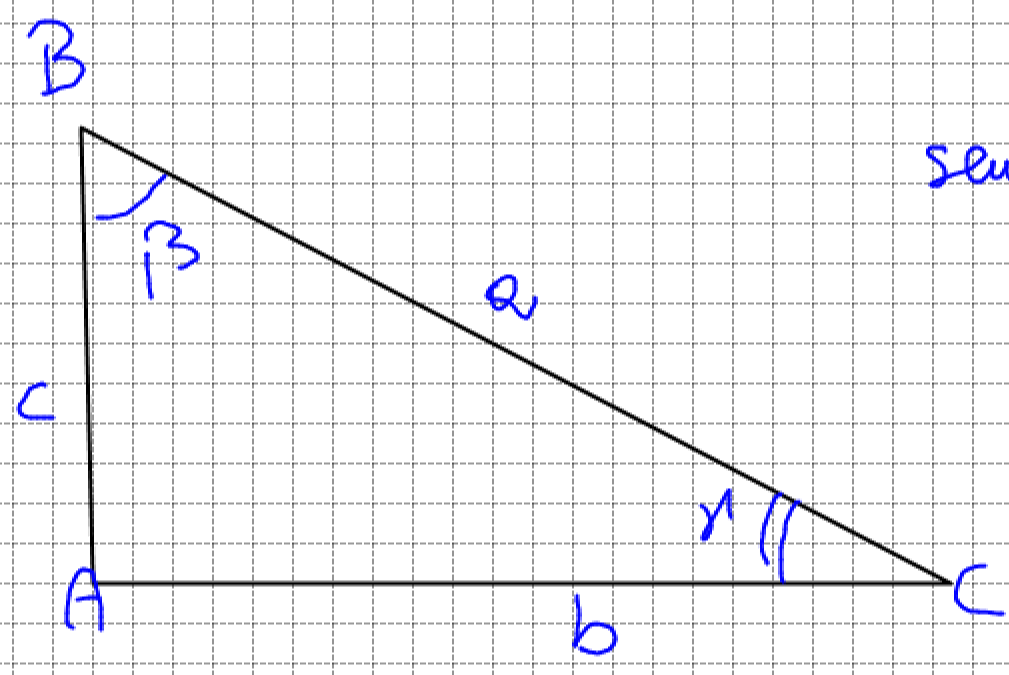
$\beta = \frac{\pi}{4}$

$b = a \,\text{sen}\, \beta \qquad b = 4 \,\text{sen}\, \frac{\pi}{4} \qquad \boxed{b = 2\sqrt{2}}$

$\gamma = \frac{\pi}{2} - \beta \qquad \gamma = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} \qquad \boxed{\gamma = \frac{\pi}{4}}$

$c = a \,\text{sen}\, \gamma \qquad c = 4 \,\text{sen}\, \frac{\pi}{4} = 2\sqrt{2} \qquad \boxed{c = 2\sqrt{2}}$

ES N 13 PAG 221



$\text{sen}\, 2\beta = \cos(\gamma - \beta)$

$\beta + \gamma = \frac{\pi}{2} \qquad \beta = \frac{\pi}{2} - \gamma \qquad 2\beta = \pi - 2\gamma$

$\downarrow$

$-\beta = \gamma - \frac{\pi}{2} \rightarrow \gamma - \beta = 2\gamma - \frac{\pi}{2}$

$\text{sen}\, 2\beta = \text{sen}(\pi - 2\gamma) = \text{sen}\, 2\gamma \overset{(**)}{=} \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2\gamma\right) \overset{(*)}{=}$

$= \cos\left(2\gamma - \frac{\pi}{2}\right) = \cos(\gamma - \beta)$

(*), (**) proprietà angoli associati.