problema 2 anno 2012/13

$f(x) = \frac{8}{4+x^2}$ $D_f = \{x \in \mathbb{R} / 4+x^2 \neq 0\} = \{x \in \mathbb{R}\} = (-\infty; +\infty)$

Segni

$\frac{8}{4+x^2} > 0$ f(x) sempre positiva

Intersezione con assi

$\begin{cases} \frac{8}{4+x^2} = 0 \\ y = 0 \end{cases}$ Non si hanno intesezioni con asse x

$\begin{cases} y = \frac{8}{4+x^2} \\ x = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} y = 2 \\ x = 0 \end{cases}$ $A(0;2)$

Limiti e asintoti

$\lim_{x \to -\infty} \frac{8}{4+x^2} = \left[\frac{8}{4+(-\infty)^2} = \frac{8}{+\infty}\right] = 0^+$

$\lim_{x \to +\infty} \frac{8}{4+x^2} = \left[\frac{8}{+\infty}\right] = 0^+$ $y=0$ Asintoto orizzontale

Simmetrie

$f(-x) = \frac{8}{4+(-x)^2} = \frac{8}{4+x^2} \Rightarrow f(x) = f(-x)$ Pari

La funzione é simmetrica rispetto l'asse y

Derivata, Massimi e Minimi

$f(x) = \frac{8}{4+x^2}$ $f'(x) = \frac{-8(2x)}{(4+x^2)^2} = \frac{-16x}{(4+x^2)^2}$

$\frac{-16x}{(4+x^2)^2} \geq 0$ $N \geq 0$ $-16x \geq 0$ $x \leq 0$ $D > 0$ $(4+x^2)^2 > 0$ sempre positivo

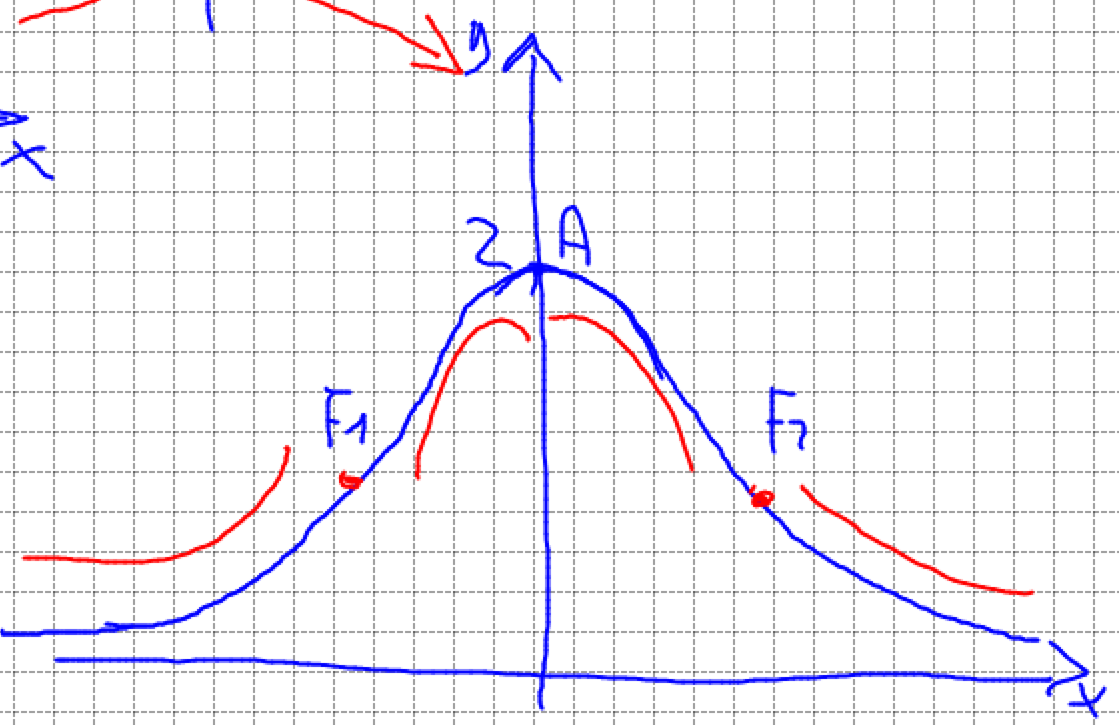
		0	
N	+	●	−
D	+		+
f'(x)	+	●	−

$x = 0 ; y = 2$

$A(0;2)$ massimo

		0		
f(x)	+ +		+ +	x
f'(x)	+	A ●	—	

y=0 ASINTOTO ORIZZONTALE



$$F''(x) = D\left(\frac{-16x}{(4+x^2)^2}\right) = \frac{-16(4+x^2)^2 + 16x\,(2(4+x^2)2x)}{(4+x^2)^4} =$$

$$= \frac{+16\,\cancel{(4+x^2)}\left[-4-x^2+4x^2\right]}{(4+x^2)^{\cancel{4}\,3}} = \frac{16\left[3x^2-4\right]}{(4+x^2)^3}$$

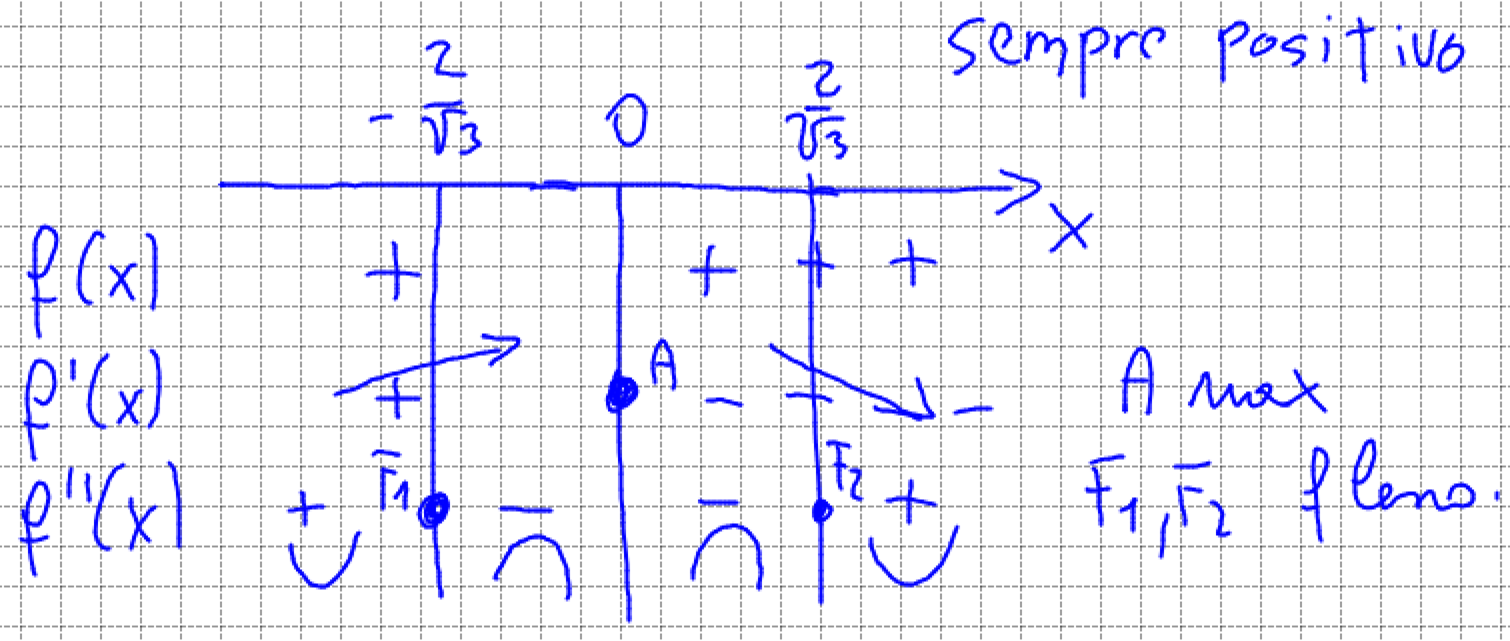
$$f''(x) \geq 0; \quad \frac{16(3x^2-4)}{(4+x^2)^3} \geq 0$$

N $\quad 3x^2-4 \geq 0$

$x \leq -\frac{2}{\sqrt{3}} \cup x \geq +\frac{2}{\sqrt{3}}$

D $\quad (4+x^2)^3 > 0$

sempre positivo



$P(-2;1)$ $Q(2;1)$ trovare le equazioni delle tangenti alla curva passanti per P e Q

$$F'(x) = \frac{-16x}{(4+x^2)^2}$$

$$F'(-2) = \frac{32}{64} = \frac{1}{2}$$

$y - y_P = F'(-2)(x - x_P)$

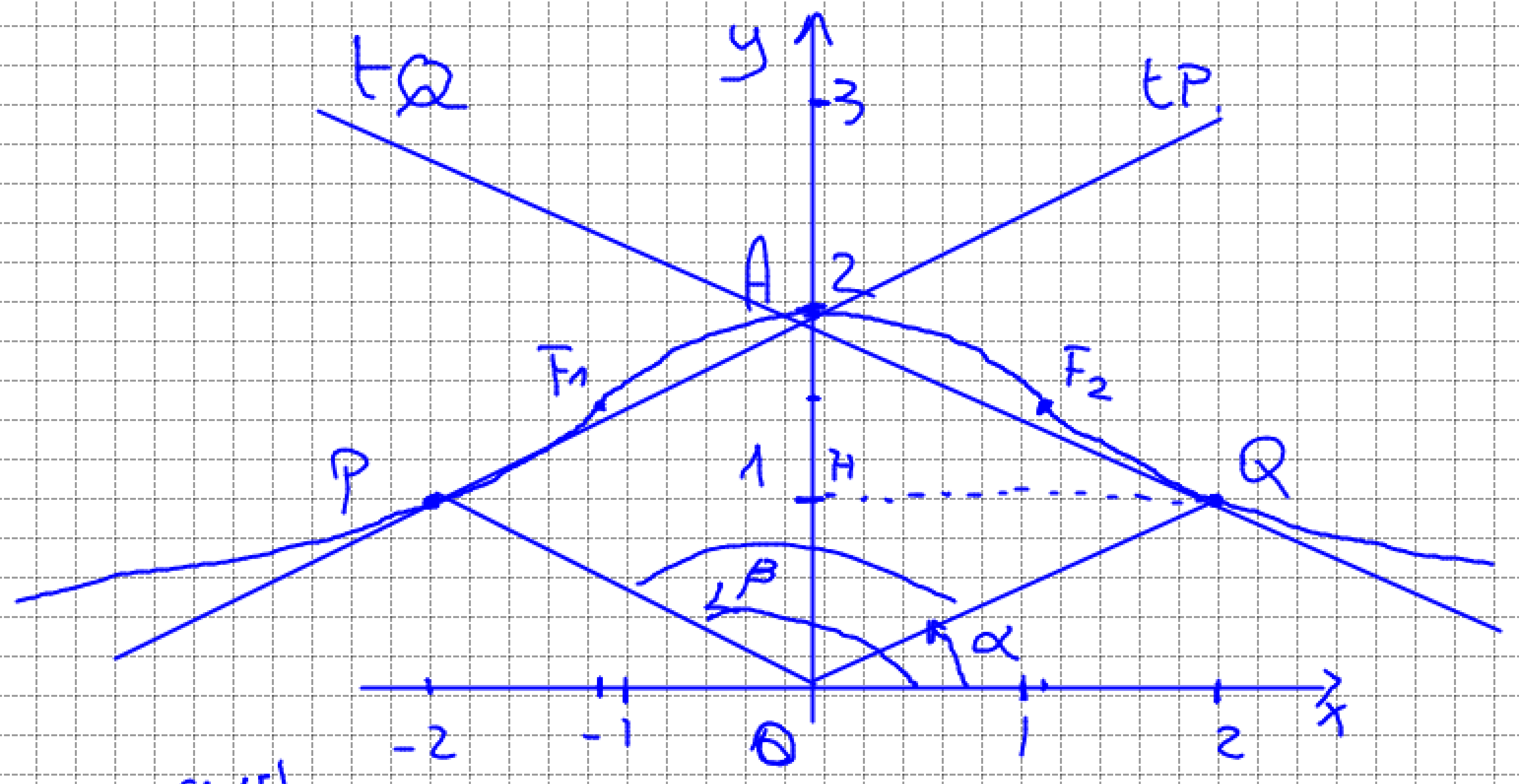
$y - 1 = \frac{1}{2}(x+2)$

$y = \frac{1}{2}x + 2$

$$F'(2) = \frac{-32}{64} = -\frac{1}{2}$$

$y - 1 = -\frac{1}{2}(x-2)$

$y = -\frac{1}{2}x + 2$



(-1,15)

$F_1\left(-\frac{2}{\sqrt{3}}; \frac{3}{2}\right)$ $\qquad \frac{8}{4+\frac{4}{3}} = \frac{24}{16} = \frac{3}{2}$

$F_2\left(\frac{2}{\sqrt{3}}; \frac{3}{2}\right)$

$P(-2;1)$ $\qquad y = \frac{1}{2}x + 2$ (tP)

x	y
0	2
2	3

$Q(2;1)$ $\qquad y = -\frac{1}{2}x + 2$ (tQ)

x	y
0	2
2	1

$P(-2;1)$
$A(0;2)$
$Q(2;1)$
$O(0;0)$

$$PA = \sqrt{(x_P - x_A)^2 + (y_P - y_A)^2} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$$

$$OP = \sqrt{(x_O - x_P)^2 + (y_O - y_P)^2} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$$

$$PA = OP = \sqrt{5}$$

$$OQ = \sqrt{(x_O - x_Q)^2 + (y_O - y_Q)^2} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$$

$$QA = \sqrt{(x_Q - x_A)^2 - (y_Q - y_A)^2} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$$

non è un quadrato perché le diagonali non sono uguali, quindi è un rombo

la retta che passa per OQ è parallela alla retta che passa per PA e quindi $m_{OQ} = m_{PA} = \frac{1}{2}$

quind $tg_\alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = \arctg \frac{1}{2}$

$\alpha = 26°33'54''$

$$\beta = (90° - 26°33'54'') \cdot 2 = 63°26'05'' \cdot 2 = 126°52'11''$$

$$\mu = 180° - 126°52'11'' = 53°7'49''$$