DIFFERENZIALE

Sia $y = f(x)$ una funzione derivabile in I e quindi continua in I.
Siano x e $x + \Delta x$ due punti di I:

Def: Si chiama DIFFERENZIALE della funzione $y = f(x)$ relativo al punto x e all'incremento Δx, il prodotto della derivata della funzione per l'incremento Δx:

$$dy = df(x) = f'(x)\,\Delta x$$

OSS:

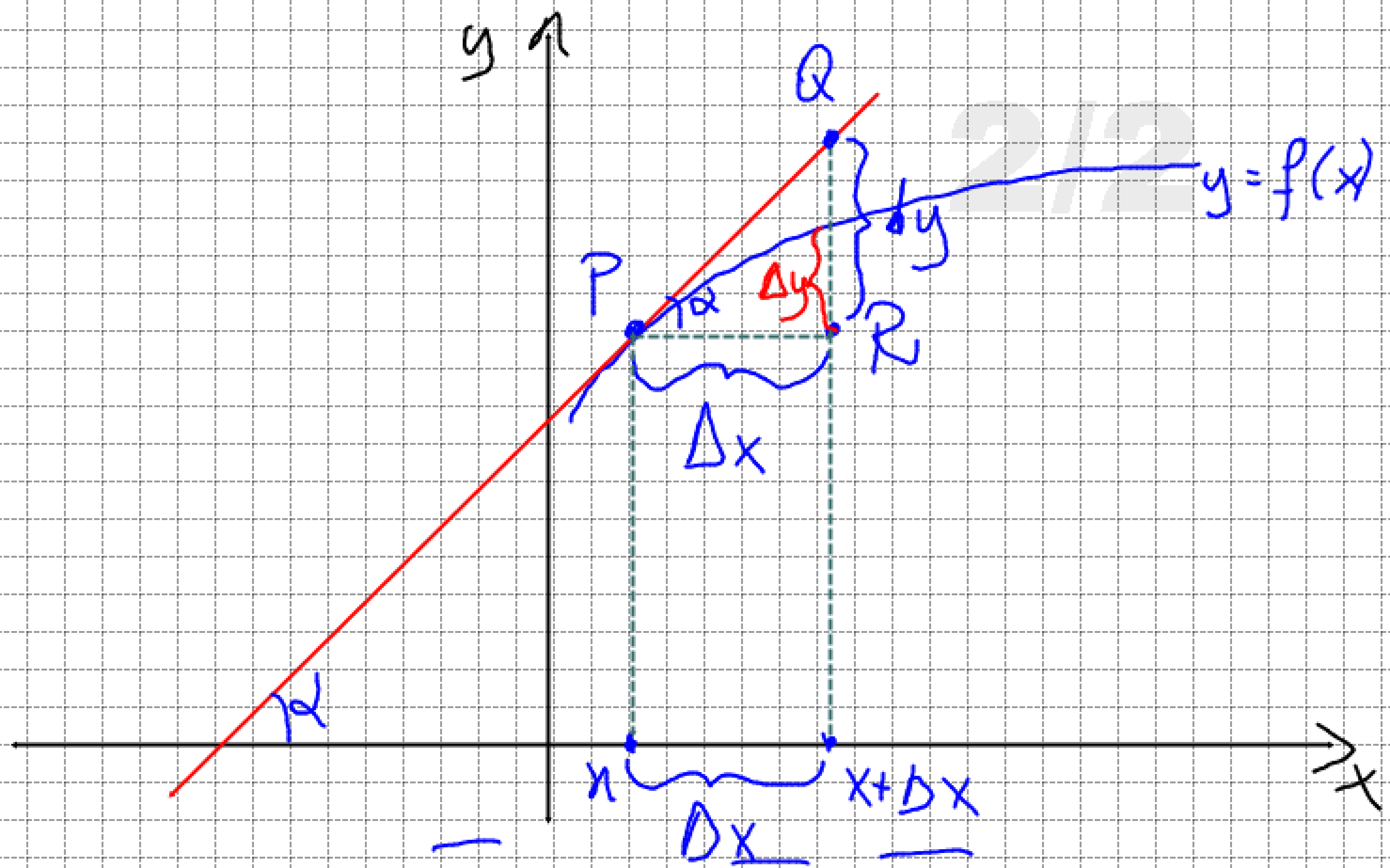
- Il differenziale della variabile indipendente x è uguale all'incremento della variabile stessa

$$y = x \qquad dy = dx = 1\,\Delta x$$

- Si può anche scrivere $dy = f'(x)\,dx$ $\quad f'(x) = \dfrac{dy}{dx}$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{df(x)}{dx}$$

RAPPRESENTAZIONE GEOMETRICA



$$Tg\alpha = \frac{\overline{QR}}{\overline{PR}} \Rightarrow \overline{QR} = \overline{PR}\, Tg\alpha$$

$$Tg\alpha = f'(x_P) \qquad \overline{QR} = \overline{PR}\, f'(x_P)$$

$$df(x) = \Delta x\, f'(x_P)$$

$$df(x) = f'(x_P)\, dx$$

ESEMPIO

Calcolare il valore approssimato di $\sqrt{9,12}$

Considero $y = \sqrt{x}$ con $x = 9$ e $\Delta x = 0,12$

$$\sqrt{9,12} = \sqrt{9+0,12} = f(x+\Delta x)$$

$$\Delta y = f(x+\Delta x) - f(x) = \sqrt{9+0,12} - \sqrt{9}$$

$$dy = f'(x)dx = \frac{1}{2\sqrt{x}}dx = \frac{1}{2\sqrt{x}}\Delta x = \frac{1}{2\sqrt{9}}0,12$$

$$dy = \frac{1}{2\sqrt{9}}0,12$$

Siccome $f(x+\Delta x) = f(x) + f'(x)\Delta x$

$$\sqrt{9,12} \cong \sqrt{9} + \frac{1}{2\sqrt{9}}0,12 = 3 + \frac{1}{6}0,12 =$$

$$= 3 + 0,02 = 3,02$$