

# FUNZIONI INVERSE

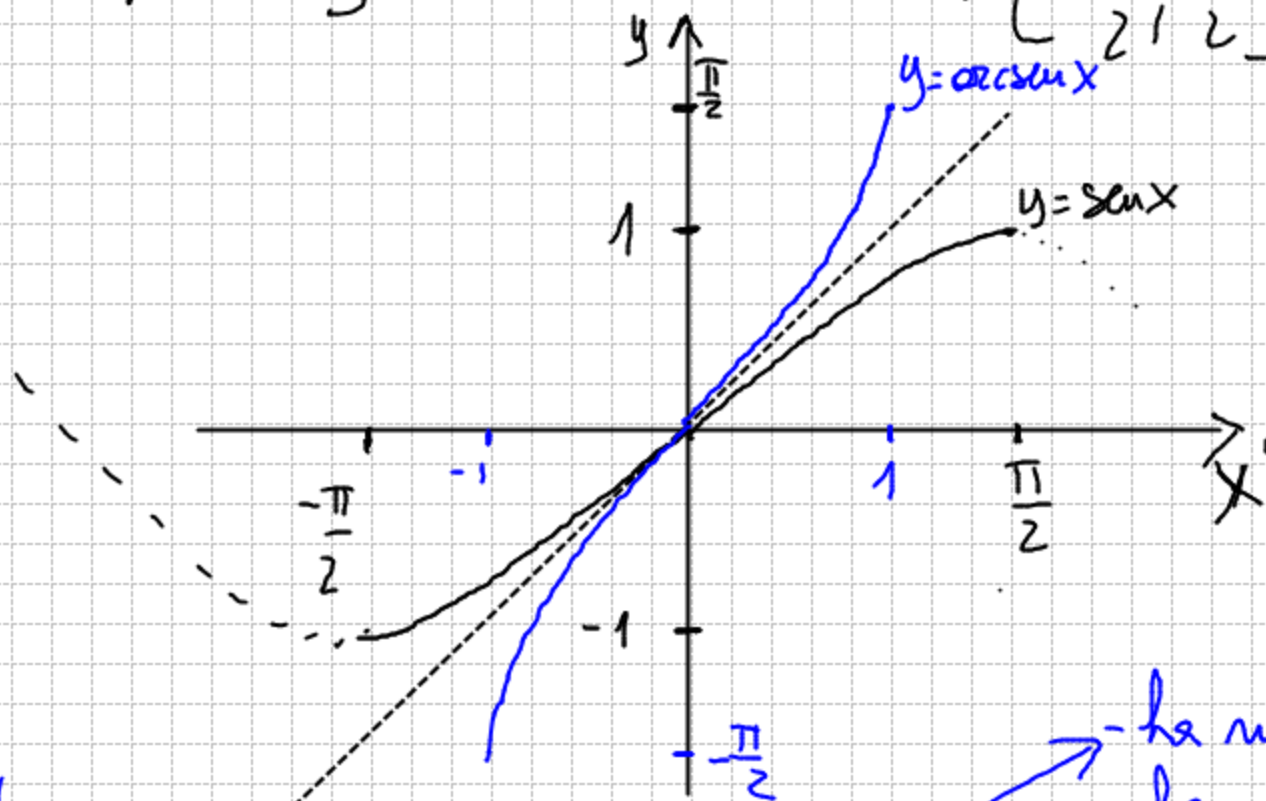
1/3

$$\text{sen } x = y$$

$$x = \arcsen y$$

La funzione  $y = \text{sen } x$  è biunivoca in  $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ ; e la funzione

$x = \arcsen y$  è definita per  $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$  e  $y \in [-1; 1]$ .



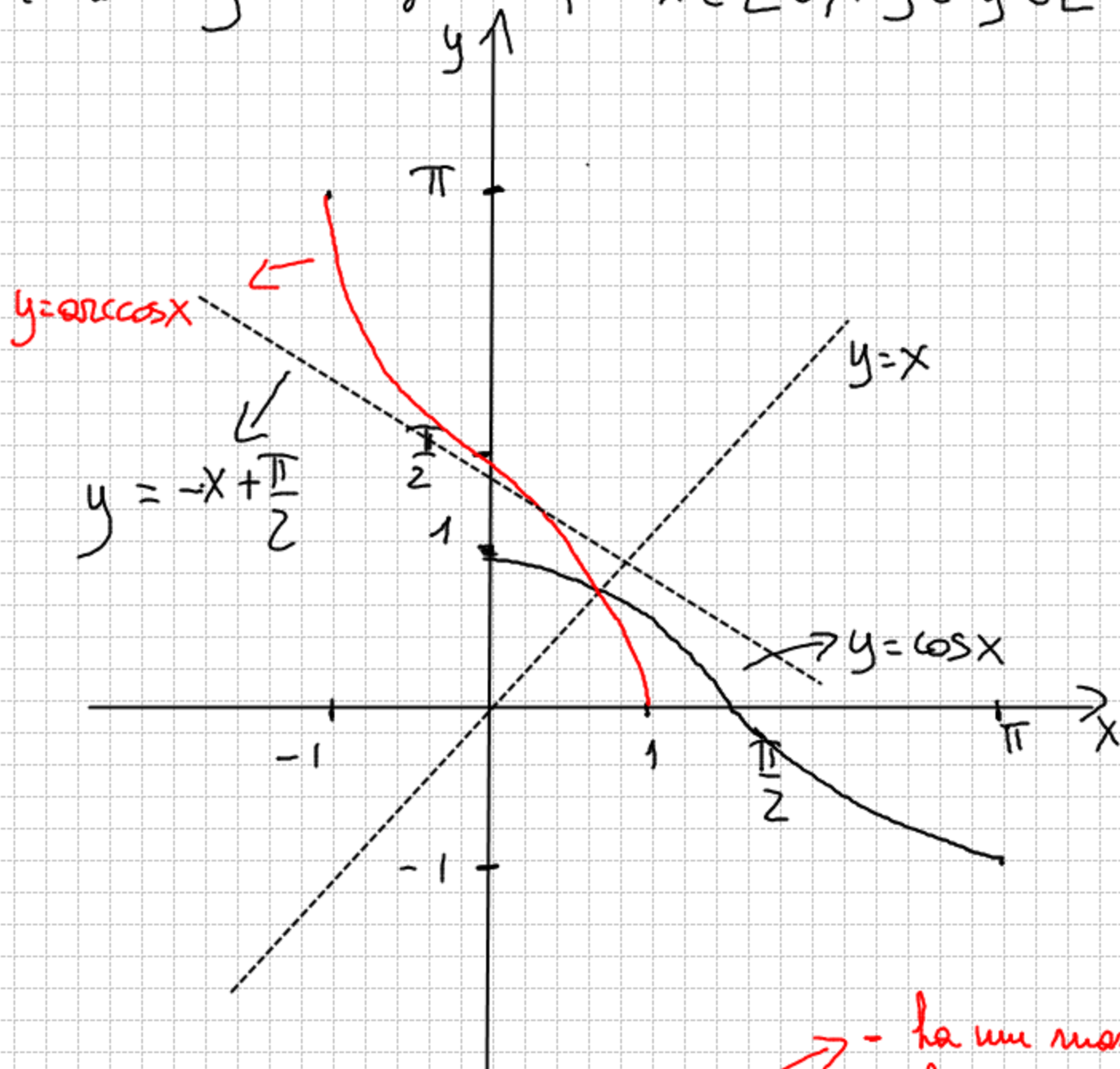
$$y = \arcsen x$$

$$D = [-1; 1]; \quad CD = \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$$

- ha massimo in  $\left(1; \frac{\pi}{2}\right)$
- ha minimo in  $\left(-1; -\frac{\pi}{2}\right)$
- è sempre crescente
- è dispari ( $f(x) = -f(-x)$ )
- $x = -1$  è tangente alla curva in  $\left(-1; -\frac{\pi}{2}\right)$
- $y = x$  è tangente alla curva in  $(0; 0)$
- $x = 1$  è tangente alla curva in  $\left(1; \frac{\pi}{2}\right)$ .

$$y = \cos x \quad x = \arccos y$$

La funzione  $y = \cos x$  è biunivoca in  $[0; \pi]$  e la funzione  $x = \arccos y$  è definita per  $x \in [0; \pi]$  e  $y \in [-1; 1]$



$$y = \arccos x$$

$$D = [-1; 1], \quad CA = [0; \pi]$$

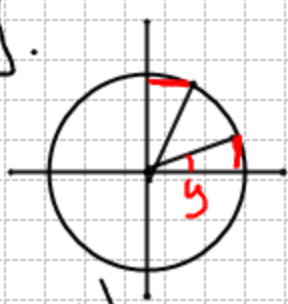
- ha un massimo in  $(-1; \pi)$
- ha un minimo in  $(1; 0)$
- è decrescente
- ha Tangente verticale nel punto  $(-1; \pi)$
- ha Tangente verticale nel punto  $(1; 0)$
- ha Tangente di eq  $y = -x + \frac{\pi}{2}$  nel punto  $(0; \frac{\pi}{2})$

OSS:

Le funzioni arcoseno e arccoseno sono legate dalla seguente relazione

$$\arccos x = \frac{\pi}{2} - \arcsin x \quad \forall x \in [-1; 1]$$

In fatti:  $y = \arcsin x \Leftrightarrow x = \sin y = \cos(\frac{\pi}{2} - y)$



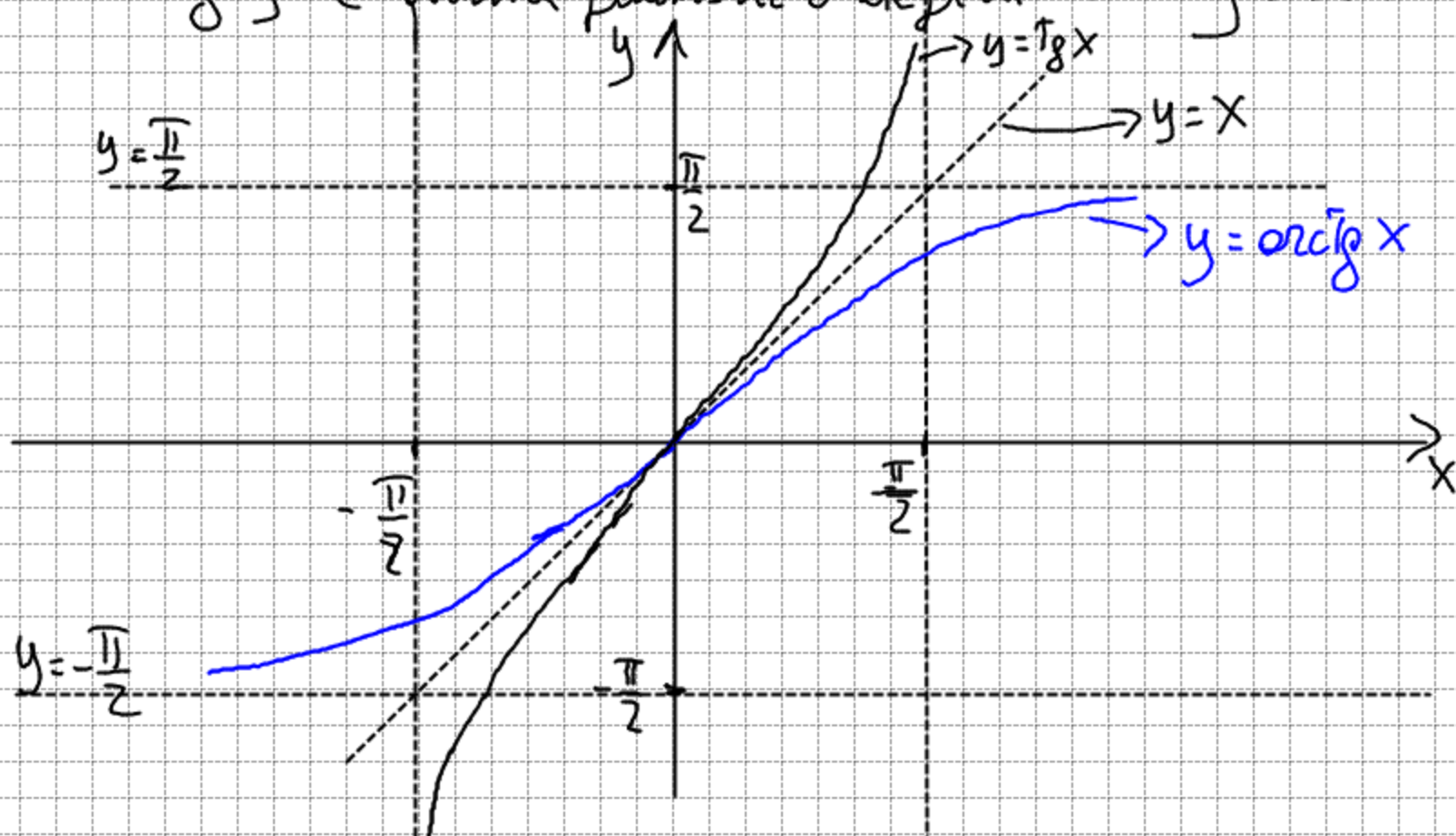
$$\arccos x = \arccos(\sin y) = \arccos(\cos(\frac{\pi}{2} - y)) = \frac{\pi}{2} - y$$

$$\arccos x = \frac{\pi}{2} - y = \frac{\pi}{2} - \arcsin x$$

$$y = \tan x$$

La funzione  $y = \tan x$  è definita su tutto  $\mathbb{R}$  ma è biunivoca per  $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$  allora in tale intervallo  $\exists$  la sua inversa:

$x = \arctan y$  e questa funzione è definita  $\forall y \in \mathbb{R}$  e  $\forall x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$



$$y = \arctan x$$

$$D = \mathbb{R}; \text{CD} = \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$$

- estremo superiore è  $\frac{\pi}{2}$
- estremo inferiore è  $-\frac{\pi}{2}$
- è una funzione dispari ( $f(x) = -f(-x)$ )
- $y = -\frac{\pi}{2}$  e  $y = \frac{\pi}{2}$  sono asintoti orizzontali.
- $y = x$  è la retta tangente in (0,0)

OSS

$$\arctan(\tan x) = x \quad \forall x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\tan(\arctan x) = x \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\arcsin(\sin x) = x \quad \forall x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$$

$$\sin(\arcsin x) = x \quad \forall x \in [-1; 1]$$

$$\arccos(\cos x) = x \quad \forall x \in [0; \pi]$$

$$\cos(\arccos x) = x \quad \forall x \in [-1; 1]$$

FARE LA FUNZIONE ARCCOTG X