ESEMPIO

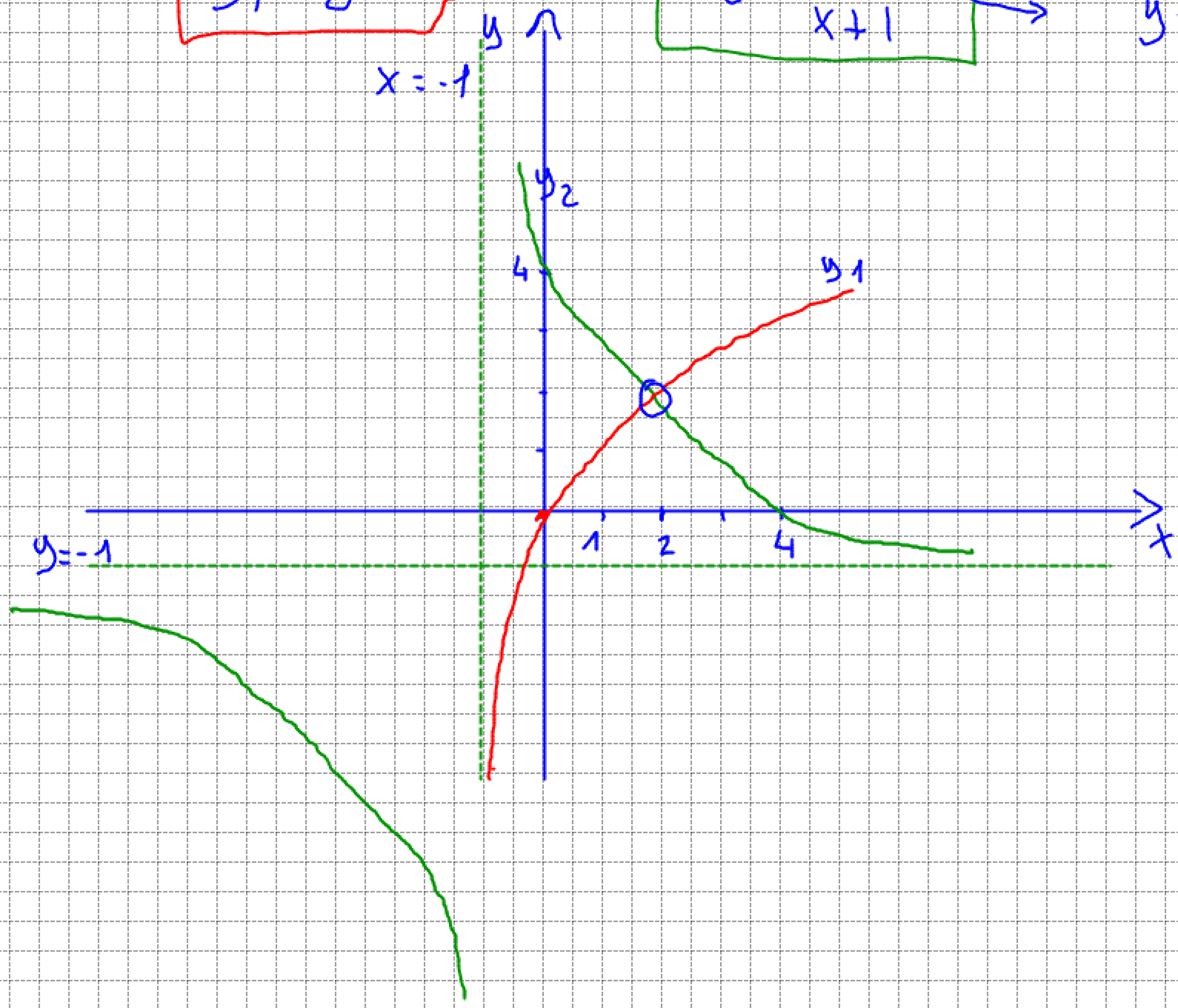
Stabilire se l'equazione ammette radici in $[1;4]$

$$\underbrace{(x+1)\log(x+1) + x - 4}_{f(x)} = 0$$

$$\log(x+1) = \frac{4-x}{x+1}$$

$\boxed{y_1 = \log(x+1)}$

$\boxed{y_2 = \dfrac{4-x}{x+1}}$ ASINTOTI: $x=-1$, $y=-1$



(*) $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ ha per asintoti: $x = -\dfrac{d}{c}$ $\quad y = \dfrac{a}{c}$

$y_1 = f_1(x) \qquad y_2 = f_2(x)$

se $x=1$ $\quad f_1(1) = \log 2 = 0{,}693 \qquad f_2(1) = \frac{3}{2} = 1{,}5$

$$f_1(1) < f_2(1)$$

se $x=2$ $\quad f_1(2) = \log 3 = 1{,}098 \qquad f_2(2) = 0{,}666$

$$f_1(2) > f_2(2)$$

nell'intervallo $[1;2]$ per il Teorema dell'esistenza degli zeri le due curve si incontrano almeno in un punto. La radice è unica perché nell'intervallo $f_1(x)$ è sempre crescente ed $f_2(x)$ è sempre decrescente

se $x = 1{,}5$ $\quad f_1(1{,}5) = 0{,}916 \qquad f_2(1{,}5) = 1$

$$f_1(1{,}5) < f_2(1{,}5)$$

il punto di intersezione si trova nell'intervallo $[1{,}5;2]$

ALGORITMO DEL METODO DI BISEZIONE

Questo algoritmo si basa sul teorema dell'esistenza degli zeri; si utilizza nel caso in cui $y=f(x)$ è continua e definita in un intervallo $[a,b]$.

Supponiamo che $f(a)\cdot f(b)<0$ allora sicuramente in (a,b) la funzione ha almeno uno zero:

1°) Si divide $[a,b]$ a metà, il punto medio è c: $[a,c]$ e $[c;b]$, si calcola il valore che f assume in c; $f(c)$, possiamo avere tre casi:

a) $f(c)=0$ allora c è radice

b) $f(c)\neq 0$ e ha segno opposto a $f(a)$ allora la radice si trova in $[a,c]$.

c) $f(c)\neq 0$ e ha stesso segno di $f(a)$ allora la radice si trova in $[c;b]$