

LIMITI DI SUCCESSIONI

Def: Una successione è una funzione $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ tale che $\forall m \in \mathbb{N} \quad m \mapsto f(m) \in \mathbb{R}$

ES: (Di successione)

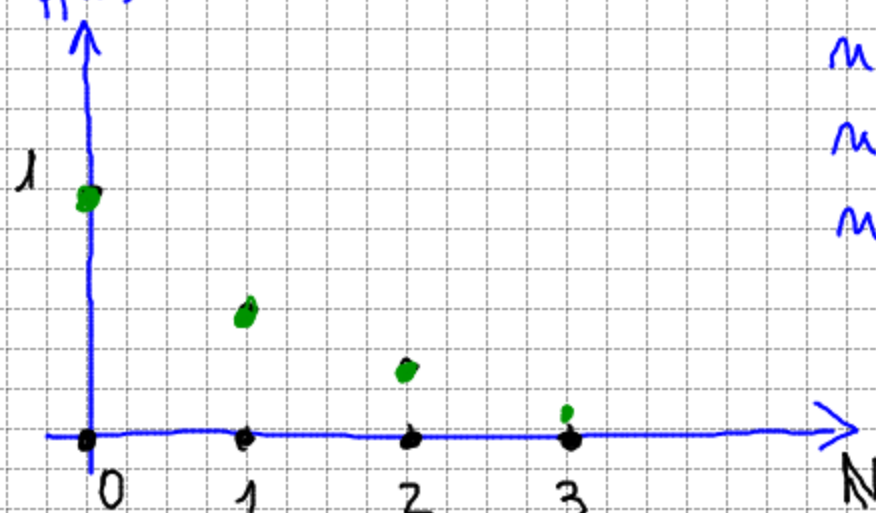
$$a_n = \frac{1}{2^n}$$

$$a_n: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R} \\ n \mapsto \frac{1}{2^n}$$

$$\left(n; \frac{1}{2^n} \right)$$

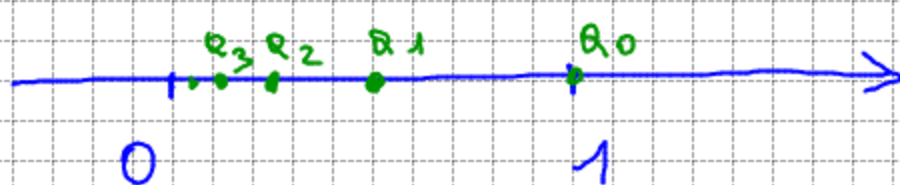
come la rappresentiamo?

1)



$$\begin{aligned} n=0 & \quad a_0 = 1 \\ n=1 & \quad a_1 = \frac{1}{2} \\ n=2 & \quad a_2 = \frac{1}{4} \\ n=3 & \quad a_3 = \frac{1}{8} \end{aligned}$$

2)



Definizione di limite (Una successione ha 4 possibili casi)

① $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = l \in \mathbb{R}$

$$a_n \rightarrow l \in \mathbb{R}$$

② $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = +\infty$

$$a_n \rightarrow +\infty$$

③ $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = -\infty$

$$a_n \rightarrow -\infty$$

④ $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$ non esiste

a_n è indeterminata oppure a_n non ha limite

ESEMPIO

$$a_n = \frac{1}{2^n}$$

$$a_n \rightarrow 0^+$$

$$b_n = n^2$$

$$b_n \rightarrow +\infty$$

$$c_n = -n^3$$

$$c_n \rightarrow -\infty$$

$$d_n = (-1)^n$$

d_n non ha limite

Def di limite:

① $a_n \rightarrow l \in \mathbb{R}$ se $\forall \varepsilon > 0$ si ha che $l - \varepsilon \leq a_n \leq l + \varepsilon$ definitivamente.

② $a_n \rightarrow +\infty$ se $\forall M \in \mathbb{R}$ si ha che $a_n \geq M$

③ $a_n \rightarrow -\infty$ se $\forall -M \in \mathbb{R}$ si ha che $a_n \leq -M$