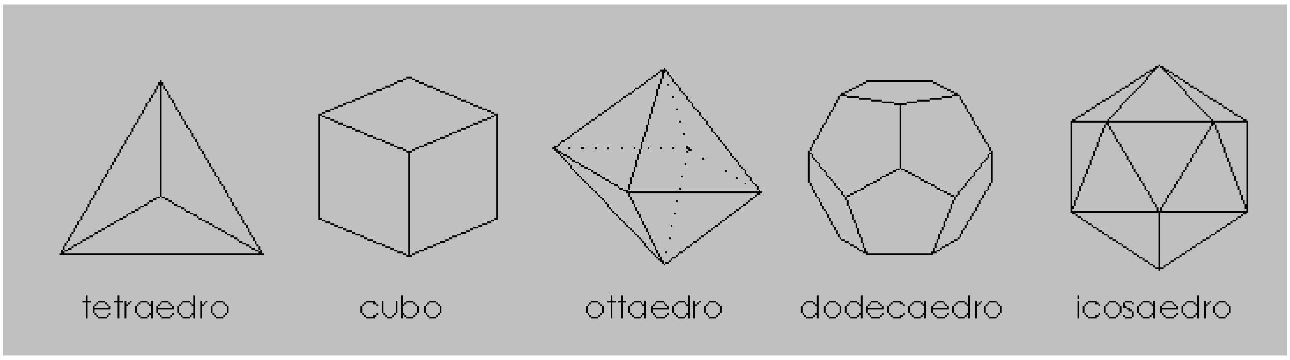
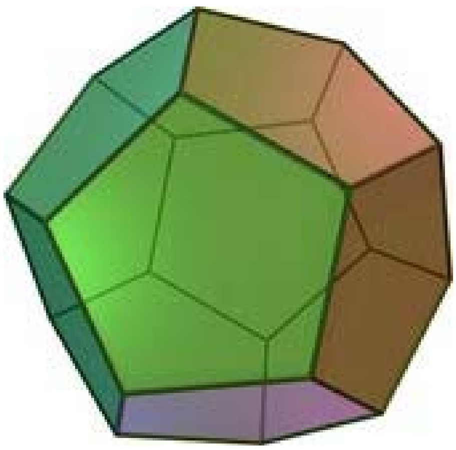
I SOLIDI PLATONICI

Un poligono avente i lati e gli angoli uguali è detto poligono regolare. Ad esempio sono poligoni regolari il triangolo equilatero e il quadrato. Chiamiamo, invece, poliedro regolare un solido convesso, racchiuso da facce regolari tutte tra loro uguali (ovvero da poligoni regolari), i cui angoli solidi siano tutti uguali. Per poliedro convesso intendiamo un poliedro tale che ogni coppia di suoi punti interni individui un segmento interamente costituito da suoi punti interni.
I cinque poliedri regolari convessi sono chiamati anche solidi platonici (o solidi di Platone). Essi sono: il tetraedro, il cubo (o esaedro), l'ottaedro, il dodecaedro e l'icosaedro.

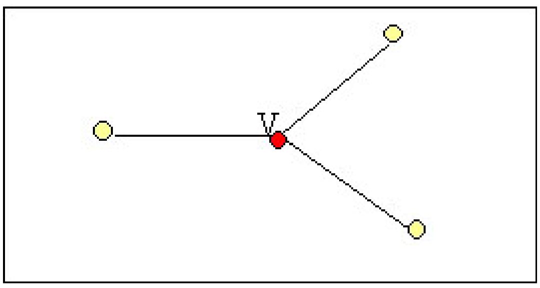


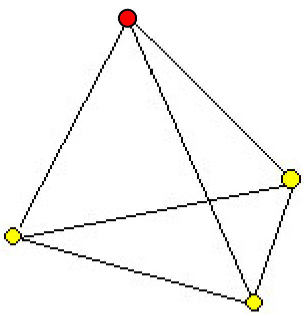
Platone nel suo dialogo"Timeo" associa il tetraedro, l'ottaedro, il cubo, e l'icosaedro rispettivamente a quelli che erano allora ritenuti i quattro elementi fondamentali: fuoco, aria, terra e acqua.



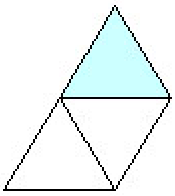
Il dodecaedro, non realizzabile unendo opportunamente triangoli rettangoli (come invece avviene per i poliedri citati, si veda la relativa scheda di approfondimento), veniva invece associato all'immagine del cosmo intero, realizzando la cosiddetta quintessenza. Questa identificazione suggerisce un'immagine di perfezione che indubbiamente nasce anche dal fatto che il dodecaedro, in volume, approssima più degli altri poliedri regolari la sfera.
Nel "Fedone" Socrate, poco prima di bere la cicuta dice: "L'Universo e la Terra hanno la forma di una palla con dodici facce colorate, di forma pentagonale e i corpi celesti sono sospesi all'interno".

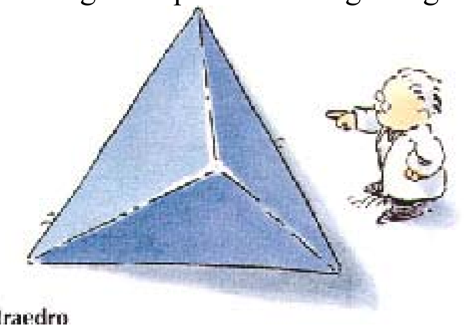
Per i poliedri esiste un vincolo: la somma degli angoli che delimitano un angoloide non può raggiungere 360°, dove per angoloide si intende la parte di spazio racchiusa da tre o più piani che si intersecano lungo spigoli concorrenti in un vertice. Per scoprire l'origine di questo vincolo possiamo usare un'apposita apparecchiatura: una tavoletta di legno, cui sono fissati, in tre punti non allineati, gli estremi di tre elastici. Legando insieme gli altri tre estremi degli elastici, si trova il punto V (vedi figura sopra). Sollevando V si può realizzare una piramide con la base fissa e gli angoloidi variabili. Ora, man mano che ci allontaniamo dalla base, l'angoloide della piramide in V diminuisce la sua ampiezza così come la somma dei singoli angoli formati dagli spigoli che concorrono in V. Quando V sta sul piano di base la somma degli angoli vale esattamente 360° ma non esistono più né l'angoloide né la piramide, e V non è più il vertice di una figura solida.



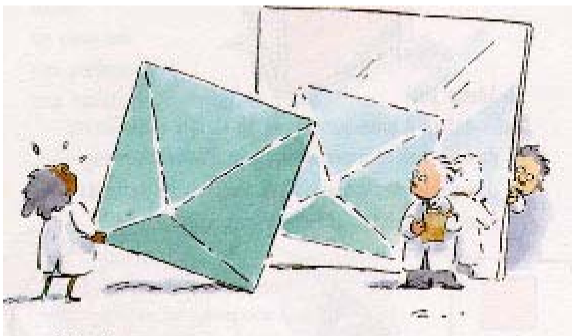


Ora siamo in grado di dimostrare che i cinque solidi platonici sono i soli poliedri regolari esistenti. Visto che il poliedro deve essere costruito con facce regolari prendiamo in esame i vari poligoni regolari ed osserviamo che cosa accade. Partiamo dal triangolo equilatero: ha gli angoli di 60° gradi. Possiamo accostare 3 triangoli : 3 x 60° = 180° < 360° e costruiamo così un angoloide. Poiché è possibile chiuderlo con un altro triangolo uguale ai precedenti, si può costruire un tetraedro; il tetraedro (da tetra = quattro) infatti è formato in tutto da 4 facce triangolari.

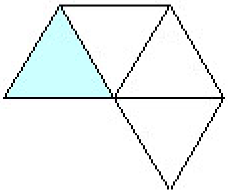




Tetraedro



Ottaedro



Possiamo accostare 4 triangoli equilateri intorno ad un vertice: si avrà 4 x 60° = 240° < 360°. Si può costruire l'angoloide saldando tra loro due lati estremi. Se si chiude con un altro angoloide uguale, utilizzando in tutto 8 triangoli equilateri, si ottiene un solido che ha facce ed angoloidi uguali tra loro ed è quindi un poliedro regolare: un ottaedro.

Possiamo accostare 5 triangoli : 5 x 60° = 300° < 360°. Si può costruire l'angoloide saldando tra loro due lati estremi. Si può chiudere il poliedro utilizzando in tutto 20 triangoli equilateri uguali: si avrà un icosaedro (da icos = 20). Accostando invece 6 triangoli equilateri non è più soddisfatta la condizione che la somma degli angoli deve essere <360°: le facce si " schiacciano " su un piano. Dunque non possono esistere altri poliedri regolari con facce triangolari oltre i tre già trovati. Possiamo ora accostare dei quadrati:con 3 x 90°= 270° < 360°, si ottiene un angoloide che permette poi di costruire un cubo o esaedro. Già quattro quadrati non vanno più bene, perché la somma dei quattro angoli che concorrono in un vertice è uguale a 360°: si rimane così nel piano. Possiamo usare dei pentagoni: la somma degli angoli interni di un pentagono regolare è data da (n-2)x180° con n = 5, dunque ogni angolo interno misura 108°, così tre angoli misurano : 3 x 108° = 324°<360°. Si ottiene un dodecaedro, ma con quattro pentagoni la somma supera 360°.

Con tre esagoni la situazione si presenta in questo modo: ogni angolo interno misura 120°. Accostando tre esagoni si realizza un angolo di 360° e questo non ci permette di uscire dal piano. Non è possibile nessuna altra costruzione, con nessun altro poligono regolare. Infatti gli angoli interni dei poligoni regolari con più di 6 lati risulteranno maggiori di 120°. Poiché per costruire un angoloide occorrono almeno tre di tali poligoni, la somma degli angoli che delimitano l'angoloide sarebbe maggiore di 360° , mentre la condizione per poter costruire un solido (convesso) è che tale somma sia minore di 360°. In tutto quindi non si possono avere che cinque poliedri regolari.