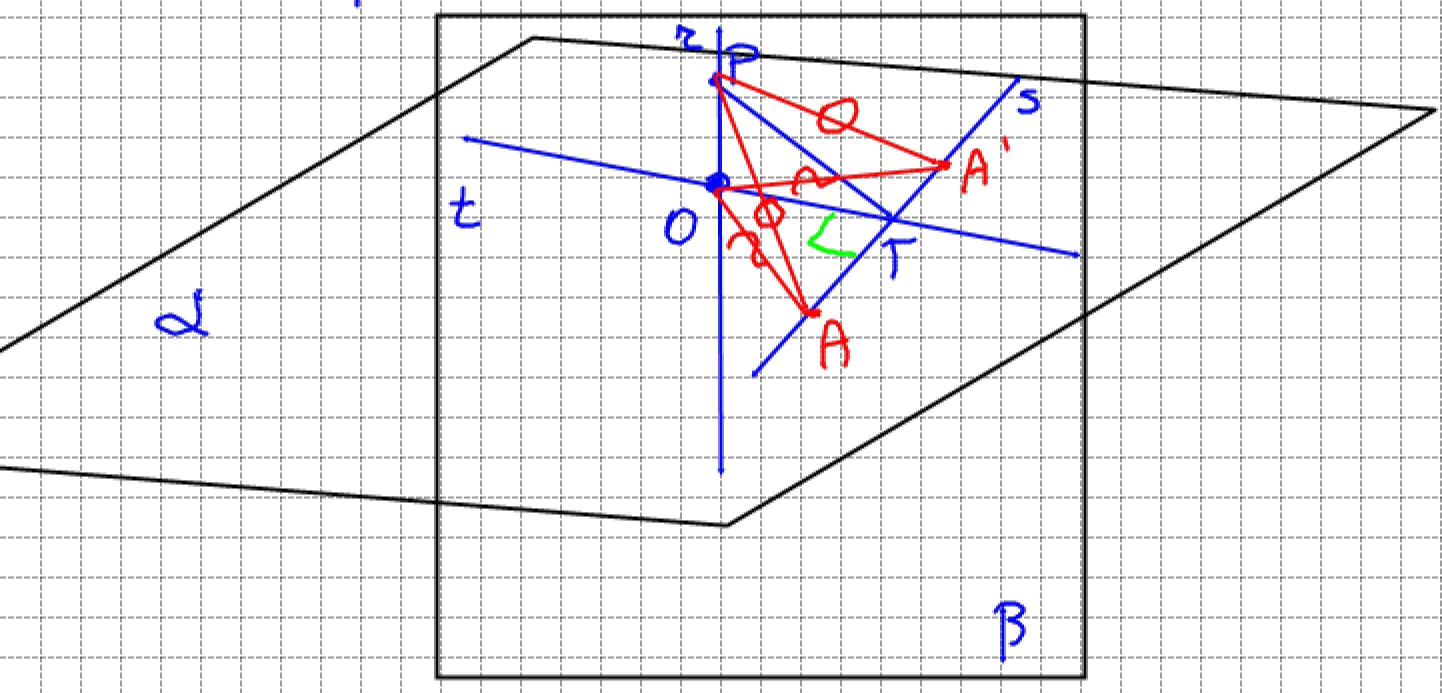
TEOREMA DELLE 3 PERPENDICOLARI

Se dal piede O di una perpendicolare r ad un piano α si conduce la perpendicolare t ad una qualsiasi retta appartenente al piano α, questa risulta perpendicolare al piano individuato dalle prime due rette.



DATI:

$r \perp \alpha$

$r \cap \alpha = \{O\}$

$OT \perp s$

$OT \cap s = \{T\}$

TESI:

$PT \perp s$

Dim

Sulla retta s prendiamo due punti A, A' simmetrici rispetto a T ovvero $AT = TA'$.

Dimostro che $\overset{\triangle}{PAO}$ e $\overset{\triangle}{PAO}$ sono triangoli congruenti:

- PO è in comune
- sono triangoli rettangoli in O perché per costruzione $r \perp \alpha$ quindi $r \perp$ ad ogni retta appartenente ad α.
- $\overline{OA} = \overline{OA'}$ perché su α OT è l'asse del segmento AA'.

Quindi i due triangoli $\overset{\triangle}{PAO}$ e $\overset{\triangle}{PA'O}$ sono congruenti.

In particolare $\overline{PA} \cong \overline{PA'}$. Il triangolo $\overset{\triangle}{PAA'}$ è isoscele di base $\overline{AA'}$ e PT è la mediana della base $\overline{AA'}$. Essa è anche altezza!

Quindi $\overline{PT} \perp s$