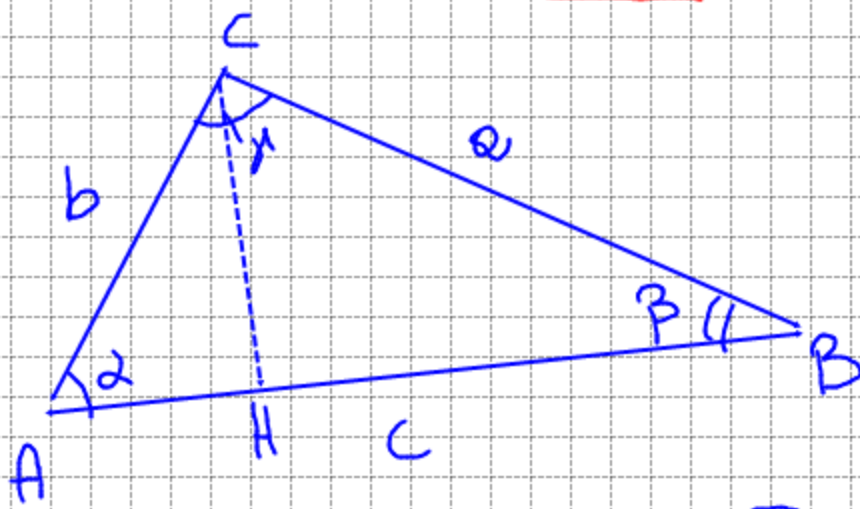


# TEOREMA DELLE PROIEZIONI I



Dato un triangolo qualunque  $\widehat{ABC}$  la misura di un lato è uguale alla somma degli altri lati moltiplicati ciascuno per il coseno dell'angolo compreso con il primo lato.

Tesi:

$$a = b \cos \gamma + c \cos \beta$$

$$b = c \cos \alpha + a \cos \gamma$$

$$c = b \cos \alpha + a \cos \beta$$

$$0 < \beta < \frac{\pi}{2}$$
$$0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$$

DIM

Voglio dimostrare che  $c = b \cos \alpha + a \cos \beta$ .

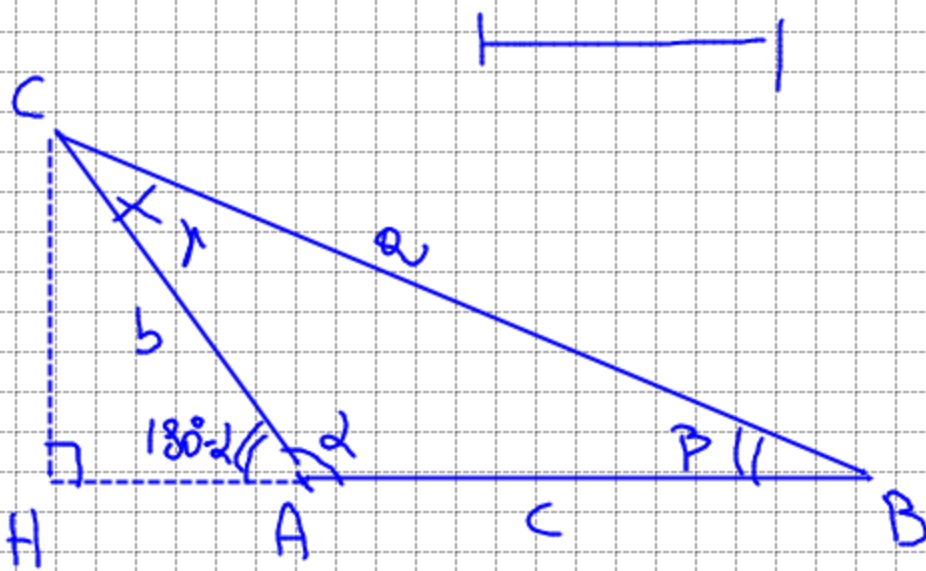
Costruisco l'altezza relativa al lato  $c$ : questa interseca il lato  $c$  nel punto  $H$ .

$$c = \overline{AB} = \overline{AH} + \overline{HB} = (*)$$

i triangoli  $\widehat{ACH}$  e  $\widehat{CHB}$  sono retti in  $H$  quindi

$$\overline{AH} = b \cos \alpha, \quad \overline{HB} = a \cos \beta$$

$$(*) = b \cos \alpha + a \cos \beta = c$$



$$\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$$

Voglio dimostrare che  $c = b \cos \alpha + a \cos \beta$

$$\begin{aligned} c = \overline{AB} &= \overline{HB} - \overline{HA} = a \cos \beta - b \cos(180^\circ - \alpha) = \\ &= a \cos \beta - (-b \cos \alpha) = \\ &= a \cos \beta + b \cos \alpha = c \end{aligned}$$