COMBINAZIONI SEMPLICI

Dati n oggetti distinti, si chiamano COMBINAZIONI SEMPLICI di classe K con $K \leq n$, tutti i possibili gruppi che si possono formare con K degli n elementi, considerando diversi due gruppi se differiscono per almeno 1 elemento.

$$C_{n,k} = \frac{D_{n,k}}{P_k} = \frac{n(n-1)\cdots\cdots(n-k+1)}{k!} = \binom{n}{k}$$

$$C_{n,k} = \binom{n}{k}$$ $\longrightarrow$ si legge n sopra k

$$\boxed{\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}}$$

ESEMPIO

Qual è il numero delle bandiere tricolore a righe verticali che si possono formare con i 7 colori?

$$D_{7,3} = 7 \cdot 6 \cdot \ldots\ldots (7-3+1) = 7 \cdot 6 \cdot 5 = 210$$

Qual è il numero delle bandiere tricolore a righe verticali con gli stessi colori che si possono formare con i 7 colori?

$$C_{7,3} = \binom{7}{3} = \frac{7!}{3!\,4!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot \cancel{4!}}{3!\,\cancel{4!}} = 35$$

COEFFICIENTI BINOMIALI

1) $\binom{n}{k} = \dfrac{n!}{k!\,(n-k)!}$

2) $\boxed{\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}}$ $\qquad \dfrac{n!}{k!\,(n-k)!} = \binom{n}{k}$

$$\binom{n}{n-k} = \frac{n!}{(n-k)!\,(\cancel{n}-\cancel{n}+k)!} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$$

3) $\boxed{\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}}$ $\qquad 1 \le k \le n-1$

$$\frac{n!}{k!\,(n-k)!} = \frac{(n-1)!}{(k-1)!\,(n\cancel{-1}-k\cancel{+1})!} + \frac{(n-1)!}{k!\,(n-k-1)!} =$$

$$= \frac{(n-1)!}{\underbrace{(n-k)!\,(k-1)!}_{(n-k)(n-k-1)!}} + \frac{(n-1)!}{\underbrace{k!\,(n-k-1)!}_{k(k-1)!}} = \frac{k\,(n-1)! + (n-k)(n-1)!}{k!\,(n-k)!} =$$

$$= \frac{(n-1)!\,(\cancel{k}+n-\cancel{k})}{k!\,(n-k)!} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$$

$$n! = n\cdot(n-1)! = n(n-1)(n-2)! = \dots = n(n-1)\cdot\ldots\cdot 1$$

4) $\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-2}{k-1} + \dots + \binom{k}{k-1} + \binom{k-1}{k-1}$ con $1 \le k \le n$